

Capítulo 5

¿Cómo convertir los problemas de lápiz y papel en auténticos desafíos de interés?

Joaquín Martínez Torregrosa y Carlos Sifredo

ALGUNAS CUESTIONES QUE SE ABORDAN EN ESTE CAPÍTULO

- ¿Cuáles pueden ser las causas del fracaso generalizado en la resolución de problemas de lápiz y papel?
- ¿Qué hemos de entender por problema?
- ¿En qué medida las explicaciones de los problemas realizadas por los profesores o expuestas en los libros de texto están de acuerdo con su naturaleza de tarea desconocida, para la que de entrada no se posee solución?
- ¿Cómo habrá que enfocar la resolución de un auténtico problema, que constituye una situación para la que no se tiene respuesta elaborada?

EXPRESIONES CLAVE

Fracaso en la resolución de problemas; qué entender por problema; replanteamiento de la resolución de problemas; resolución de problemas como investigación; situaciones problemáticas abiertas.

INTRODUCCIÓN: PROVOCANDO EL CUESTIONAMIENTO

Como ya hemos comentado en la conclusión del tema precedente, la transformación de las prácticas de laboratorio en una actividad con las características de una investigación es rápidamente asumida por el profesorado, pero esa transformación encuentra mayores dificultades en el caso de la resolución de problemas de lápiz y papel, de la que vamos a ocuparnos en este capítulo, o en el de la introducción y manejo de conceptos, que abordaremos en el capítulo 6. Ello sería expresión del peso de las concepciones empiro-inductivistas que asocian investigación, primordialmente, a trabajo experimental. La misma investigación didáctica sobre resolución de problemas se ha visto afectada por esta limitación y las propuestas elaboradas han tenido una orientación muy alejada de lo que es una actividad de investigación (Maloney, 1994).

Sin embargo, las dificultades para lograr una mayor efectividad en lo que aparece como una de las causas principales de fracaso en la educación científica, acabaron por obligar a un replanteamiento total de las orientaciones para la resolución de problemas. Reproduciremos aquí el proceso seguido en seminarios dirigidos a profesores en formación y en activo sobre resolución de problemas, justamente considerada una actividad central en la enseñanza de las ciencias y, en particular, en el proceso de evaluación. Intentaremos mostrar así que dicho trabajo hace posible la puesta en cuestión de la didáctica habitual de resolución de problemas y la elaboración fundamentada de propuestas más efectivas en una de las actividades del proceso de enseñanza-aprendizaje que más contribuye, insistimos, al fracaso escolar (Gil et al., 1991).

Proponemos, para empezar, el siguiente pequeño ejercicio, cuya realización favorece una fecunda discusión posterior.

Propuesta de trabajo

Un objeto se mueve a lo largo de su trayectoria según la ecuación:

$$e = 25 + 40 t - 5 t^2 \text{ (e en metros y t en segundos).}$$

¿Qué distancia habrá recorrido a los 5 segundos?

Cuando se propone esta actividad en un curso para profesores de física y química en activo, la casi totalidad de los asistentes solemos “resolver” muy rápidamente el ejercicio, dando como respuesta, en general, 100 m (por simple sustitución en la ecuación) o 75 m (cuando se tiene en cuenta que en el instante inicial el móvil se encuentra ya a 25 m del origen). Sin entrar en la discusión de esta discrepancia, conviene proponer que se calcule la distancia recorrida por el mismo móvil en 6 segundos. Los resultados obtenidos ahora (85 m quienes antes obtuvieron 100 m, y 60 m quienes obtuvieron 75) muestran claramente que “algo va mal” (¡el móvil no puede haber recorrido en más tiempo menos distancia!).

Éstos son los resultados obtenidos habitualmente por los alumnos y también, repetimos, por muchos profesores. La resolución de este aparente enigma es, por supuesto, sencilla: tras una pequeña reflexión, los asistentes (y también los alumnos en sus clases) comprenden que la ecuación $e = 25 + 40 t - 5 t^2$ corresponde a la del movimiento de un objeto que avanza con velocidad decreciente ($v = 40 - 10 t$) hasta pararse a los 4 s y comenzar a retroceder. Obtienen así los resultados correctos, que son 85 m a los 5 s (80 m hacia delante y 5 hacia atrás) y 100 m a los 6 s (80 m hacia delante y 20 hacia atrás).

Dificultades similares se han detectado, a menudo, en talleres y seminarios desarrollados en diversos países (Selvaratman, 1974; Sifredo Barrios, 2000). Es necesario, pues, reflexionar sobre el hecho de que problemas sencillos conduzcan a resultados erróneos de forma muy generalizada.

Propuesta de trabajo

¿A qué cabe atribuir unos resultados erróneos tan generalizados en un problema

como el anterior? ¿De qué pueden ser índice? ¿Qué sugieren?

Los resultados del ejercicio que acabamos de comentar actúan como “toma de conciencia” y conducen a un minucioso debate, que pone en cuestión nuestra propia actividad como profesores. Se hace referencia así, entre otras, a las siguientes características de la orientación dada habitualmente a la resolución de problemas:

- La falta de reflexión cualitativa previa, o, dicho de otro modo, el operativismo mecánico con que se abordan habitualmente los problemas, incluso por los mismos profesores. Conviene recordar a este respecto las palabras de Einstein: “Ningún científico piensa con fórmulas. Antes que el físico comience a calcular debe tener en su cerebro el curso de los razonamientos. Estos últimos, en la mayoría de los casos, pueden ser expuestos con palabras sencillas. Los cálculos y las fórmulas constituyen el paso siguiente”. Sin embargo, insistimos, la didáctica habitual de resolución de problemas suele impulsar a un operativismo abstracto, carente de significado, que poco puede contribuir a un aprendizaje significativo.
- Un tratamiento superficial que no se detiene en la clarificación de los conceptos. Así, en el problema considerado se producen evidentes confusiones entre posición o distancia al origen de referencia, desplazamiento y distancia recorrida. Y no se trata de una cuestión puramente terminológica de escasa importancia, sino índice, repetimos, de un tratamiento superficial que en poco puede favorecer una auténtica comprensión de los conceptos. Más aún, buscando una aparente mayor sencillez, se manejan casi exclusivamente situaciones que favorecen las confusiones. En el caso que nos ocupa, por ejemplo, la mayor parte de los problemas sobre móviles toman como sistema de referencia (explícita, o, más a menudo, implícitamente) el punto e instante en que el movimiento se inicia y el sentido positivo del movimiento, con lo cual la posición “e” (distancia al origen) coincide con el desplazamiento; si además no hay retrocesos, el valor de la distancia recorrida coincide también. La repetición de ejemplos en que esto ocurre lleva no sólo a confundir los conceptos, sino incluso a hacer “innecesaria” la atención al sistema de referencia. El carácter relativo de todo movimiento es así escamoteado, negado en la práctica, por mucho que se haya insistido en él teóricamente. Y es necesario tener presente que esta costumbre de tomar siempre como referencia implícita el punto e instante de donde parte el móvil corresponde a tendencias profundamente arraigadas en el niño a centrar todo estudio en sí mismo, en su propia experiencia, generalizándola acríticamente (Piaget, 1970).

De este modo, los problemas, en vez de contribuir a un aprendizaje significativo, ayudando a romper con visiones confusas, favorecen su afianzamiento. Y ello ocurre incluso –o, mejor, sobre todo– cuando se llega a resultados correctos. Pensemos en los

numerosos ejercicios sobre caída de graves que se realizan y que los alumnos llegan a hacer casi con los ojos cerrados: ello no impide que sigan pensando que “un cuerpo de doble masa caerá en la mitad de tiempo”. Es decir, los problemas “correctamente” resueltos no han permitido poner en cuestión la idea ingenua de que el tiempo de caída libre de un cuerpo depende de su masa.

En resumen: los problemas, en vez de ser ocasión privilegiada para construir y profundizar los conocimientos, se convierten en refuerzo de errores conceptuales y metodológicos. (Volveremos sobre estas cuestiones en el capítulo siguiente, dedicado al aprendizaje de conceptos). Podría pensarse que hay mucha exageración en estas conclusiones, pero basta referirse a los abundantes análisis realizados sobre los problemas resueltos en los textos o por los profesores, para constatar que el operativismo, el tratamiento superficial –sin ni siquiera análisis de resultados– es realmente muy general entre el mismo profesorado, tanto de bachillerato como de primeros cursos universitarios (Bullejos, 1983; Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1984; Garrett et al., 1990).

Una discusión como la anterior motiva, pues, que los profesores “tomemos conciencia” de las deficiencias de la didáctica habitual de la resolución de problemas y comprendamos la necesidad de un replanteamiento en profundidad de la misma.

NECESIDAD DE UN REPLANTEAMIENTO EN PROFUNDIDAD

Las mayores dificultades que a menudo ha encontrado el desarrollo de una ciencia han derivado de supuestos implícitos, aceptados sin cuestionamiento alguno, que escapan así a la crítica. En tales casos se impone –como la historia de las ciencias ha mostrado reiteradamente– un replanteamiento en profundidad que analice críticamente hasta lo más obvio. Por lo que se refiere a la didáctica de la resolución de problemas, ello supone descender hasta la clarificación misma de la idea de problema. Ésta es, pues, la actividad que proponemos ahora a los equipos

Propuesta de trabajo

¿Qué hemos de entender por problema?

Se ha señalado con frecuencia (Kruklik y Rudnik, 1980; Prendergast, 1986) que los investigadores en la resolución de problemas de lápiz y papel no suelen plantearse qué es un problema –lo que, a nuestro entender, constituye una de las limitaciones de sus investigaciones–, pero existe un acuerdo general, entre quienes sí han abordado la cuestión, en caracterizar como problemas aquellas situaciones que plantean dificultades para las que no se poseen soluciones hechas.

La definición de Kruklik y Rudnik (1980) resume bien este consenso: “Un problema es una situación, cuantitativa o no, que pide una solución para la cual los individuos implicados no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla”. Esta misma idea aparece indirectamente cuando se habla de resolución de problemas. Así, Polya (1980) señala que “resolver un problema consiste en encontrar un camino allí donde previamente no se conocía tal, encontrar una salida para una situación difícil, para vencer un obstáculo, para alcanzar un objetivo deseado que no puede ser inmediatamente alcanzado por medios

adecuados". Algunos autores insisten justamente en el hecho de que la existencia de dificultades no es una característica intrínseca de una situación y que depende también de los conocimientos, experiencia, etc., del resolvente (Garrett, 1987). La clarificación de lo que hemos de entender por problema permite avanzar en la comprensión de los resultados tan negativos alcanzados en la enseñanza habitual. Nos plantaremos para ello la relación entre dichas ideas sobre lo que son los problemas y lo que se hace en clase.

Propuesta de trabajo

¿En qué medida las explicaciones de los problemas realizadas por los profesores o expuestas en los libros de texto están de acuerdo con su naturaleza de tarea desconocida, para la que de entrada no se posee solución?

La discusión propiciada por esta actividad pone totalmente en cuestión la práctica docente habitual; se señala, en efecto, que los "problemas" son explicados como algo que se sabe hacer, como algo cuya solución se conoce y que no genera dudas ni exige tentativas: el profesor conoce la situación –para él no es un problema– y la explica linealmente, "con toda claridad", transmitiendo la sensación real de que se trata de algo perfectamente conocido; consecuentemente, los alumnos pueden aprender dicha solución y repetirla ante situaciones idénticas, pero no aprenden a abordar un verdadero problema y cualquier pequeño cambio les supone dificultades insuperables, provocando el abandono. En definitiva, esta discusión en torno a qué entender por problema permite realizar una crítica más profunda de la didáctica habitual. Puede ahora darse un paso más y plantear:

Propuesta de trabajo

Si un problema es una situación para la que no se tiene respuesta elaborada, ¿cómo habrá que enfocar su resolución?

Si se acepta la idea de que todo problema es una situación ante la cual se está inicialmente perdido, una posible orientación consistiría en preguntarse ¿qué hacen los científicos en este caso? Con ello planteamos muy concretamente qué es lo que hacen los científicos delante de lo que para ellos constituye un verdadero problema y no ante un enunciado de lápiz y papel como los que se incluyen en los libros de texto. Se puede esperar, en efecto, que delante de problemas de lápiz y papel los científicos –que son a menudo profesores– adopten actitudes características de la enseñanza habitual y consideren los problemas como situaciones que se debe saber resolver y no como verdaderos problemas. En este sentido, los estudios hechos sobre la manera en que los "expertos" abordan los problemas de lápiz y papel estarían todavía muy lejos de lo que supone enfrentarse a un verdadero problema. Es pues más útil preguntarse qué es lo que los científicos hacen cuando tienen que habérselas con auténticos problemas para ellos.

La respuesta en este caso es "simplemente" que... se comportan como investigadores. Y si bien es verdad que expresiones como investigación, metodología científica o método

científico (con o sin mayúsculas) no tienen una clara significación unívoca, traducible en etapas precisas, resulta indudable que el tratamiento científico de un problema posee unas características generales, a las que ya nos hemos referido, que habría que tener en cuenta también en los problemas de lápiz y papel; cabe pues preguntarse cuál es la razón de que ello no ocurra.

Propuesta de trabajo

¿Qué es lo que en los enunciados habituales dificulta un tratamiento

científico de los problemas y deja, en particular, sin sentido la tarea

fundamental de emisión de hipótesis?

El paso a dar ahora no es, ciertamente, fácil; pero el hilo conductor seguido hasta aquí permite concebir que la inclusión de los datos en el enunciado como punto de partida, respondiendo a concepciones inductivistas, orienta la resolución hacia el manejo de unas determinadas magnitudes sin que ello responda a una reflexión cualitativa ni a las subsiguientes hipótesis. De este modo, al resolver un problema, el alumnado se ve abocado a buscar aquellas ecuaciones que pongan en relación los datos e incógnitas proporcionados en el enunciado, cayendo así en un puro operativismo. No basta, pues, denunciar dicho operativismo: se trata de hacerlo imposible atacando sus causas.

La comprensión de que la presencia de los datos en el enunciado, así como la indicación de todas las condiciones existentes –todo ello como punto de partida–, responde a concepciones inductivistas y orienta incorrectamente la resolución, constituye un paso esencial en el desbloqueo de la enseñanza habitual de problemas y sus limitaciones (Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1983). Pero al mismo tiempo genera desconcierto, porque choca con la práctica reiterada, con lo que “siempre” se ha hecho. Un enunciado sin datos, se señala, ¿no será algo excesivamente ambiguo frente a lo cual los alumnos acaben extraviándose? Ahora bien, la ambigüedad, o, dicho con otras palabras, las situaciones abiertas, ¿no son acaso una característica esencial de las situaciones genuinamente problemáticas? ¿Y no es también una de las tareas fundamentales del trabajo científico acotar los problemas abiertos, imponer condiciones simplificadoras? La discusión realizada ha permitido comprender la conveniencia de “traducir” los enunciados cerrados habituales en situaciones problemáticas abiertas capaces de generar una resolución acorde con las características del trabajo científico. Veamos un ejemplo:

Propuesta de trabajo

Transformen el siguiente enunciado en una situación problemática

abierta: “Sobre un móvil de 5.000 kg, que se desplaza con una velocidad

de 20 m/s, actúa una fuerza de frenado de 10.000 N ¿qué velocidad

llevará a los 75 m de donde comenzó a frenar?”.

El trabajo realizado en numerosos talleres y cursos de perfeccionamiento del profesorado ha permitido constatar que los enunciados habituales son “traducibles” sin dificultad. Así, por ejemplo, el enunciado anterior es traducido a una situación más abierta y que no señale cuáles son las magnitudes relevantes, como la siguiente:

“Un automóvil comienza a frenar al ver la luz amarilla, ¿qué velocidad llevará al llegar al semáforo?”.

Por supuesto, son posibles distintos enunciados, distintas situaciones problemáticas, más o menos abiertas; así, el problema anterior puede dar lugar a otros enunciados que, aunque aparentemente diferentes, plantean una situación muy similar:

“¿Chocará el tren contra la roca caída en la vía?”, o “¿podrá aterrizar el avión sin salirse de la pista?”

De hecho, cuando se plantea a varios grupos la traducción de un mismo enunciado tradicional se obtienen distintas propuestas de situaciones problemáticas, en general igualmente válidas. En cualquier caso interesa destacar que estas traducciones no planteen dificultades mayores y que cualquier enunciado habitual es transformable en situación problemática (Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1987). Pero la cuestión fundamental es, sin duda, cómo orientar a los alumnos para abordar dichas situaciones, puesto que no basta, obviamente, con enfrentarles a enunciados sin datos para lograr una actividad exitosa.

Propuesta de trabajo

¿Qué orientaciones convendría proporcionar a los alumnos para facilitar el abordaje de situaciones problemáticas abiertas?

La cuestión de qué orientaciones proporcionar a los alumnos para abordar la resolución de problemas sin datos (en los que ya no es posible el simple juego de datos, fórmulas e incógnitas) conduce ahora a los grupos de profesores participantes en un seminario como el que estamos describiendo, a elaborar propuestas básicamente coincidentes con las que se enuncian a continuación y que, en conjunto, suponen un modelo de resolución de problemas como investigación (Gil-Pérez et al., 1990; Maloney, 1994) que es básicamente coincidente con la orientación general propuesta para salir al paso de las visiones deformadas de la ciencia (ver capítulo 2):

I. Considerar cuál puede ser el interés de la situación problemática abordada.

Si se desea romper con planteamientos excesivamente escolares, alejados de la orientación investigativa que aquí se propone, es absolutamente necesario evitar que los alumnos se vean sumergidos en el tratamiento de una situación sin haber podido siquiera formarse una primera idea motivadora. Esta discusión previa del interés de la situación problemática, además de proporcionar una concepción preliminar y de favorecer una actitud más positiva hacia la tarea, permite una aproximación funcional a las relaciones CTSA, que continúan siendo, pese a reconocerse su importancia, uno de los aspectos más generalmente olvidados.

II. Comenzar por un estudio cualitativo de la situación, intentando acotar y definir de manera precisa el problema, explicitando las condiciones que se consideran reinantes para poder avanzar en su solución, etc.

Cabe señalar que esto es lo que realizan habitualmente los expertos ante un verdadero problema y lo que en ocasiones se recomienda, sin demasiado éxito. Pero los alumnos, ahora, se ven obligados a realizar dicho análisis cualitativo: no pueden evitarlo lanzándose a operar con datos e incógnitas, porque no disponen de ellos. Han de imaginar necesariamente la situación física, tomar decisiones para acotar dicha situación, explicitar operativamente, en términos científicos, qué es lo que se trata de determinar, etc.

III. Emitir hipótesis fundadas sobre los factores de los que puede depender la magnitud buscada y sobre la forma de esta dependencia, imaginando, en particular, casos límite de fácil interpretación física.

Existe un consenso general entre los epistemólogos acerca del papel central de la hipótesis en el tratamiento de verdaderos problemas (Chalmers, 1990). En cierta medida, se puede decir que el sentido de la orientación científica –dejando de lado toda idea de “método”– se encuentra en el cambio de un razonamiento basado en “evidencias”, en seguridades, a un razonamiento en términos de hipótesis, a la vez más creativo (es necesario ir más allá de lo que parece evidente e imaginar nuevas posibilidades) y más riguroso (es necesario fundamentar y después someter a prueba cuidadosamente las hipótesis, dudar del resultado, buscar la coherencia global). Así, son las hipótesis las que focalizan y orientan la resolución, las que indican los parámetros a tener en cuenta (los datos a buscar). Y son las hipótesis –y la totalidad del corpus de conocimientos en que se basan– las que permitirán analizar los resultados y todo el proceso. En definitiva, sin hipótesis una investigación no puede ser sino ensayo y error, deja de ser una investigación científica.

Podría pensarse que es inútil insistir aquí en estas ideas tan conocidas, pero, desgraciadamente, es preciso reconocer que si el papel de las hipótesis apenas se toma en consideración en las prácticas de laboratorio, en lo que se refiere a los problemas de lápiz y papel la cuestión ni siquiera se plantea. Sin embargo, los problemas sin datos en el enunciado, como los que proponemos, obligan a los alumnos a hipotetizar, a imaginar cuáles deben ser los parámetros pertinentes y la forma en que intervienen. Así, por ejemplo, en un problema como *“un automóvil comienza a frenar al ver la luz amarilla ¿con qué velocidad llegará al paso de peatones?”*, no se trata sólo de señalar la influencia de la fuerza de frenado, masa del automóvil, distancia a la que se encontraba inicialmente del paso de peatones y velocidad que llevaba, sino de predecir la forma de estas relaciones y, repetimos, considerar posibles casos límite. Los alumnos siguen así profundizando en la situación física, llegando a plantearse, por ejemplo, que “si la fuerza de frenado fuese nula, la velocidad que llevaría seguiría siendo la inicial”, etc.

Es cierto también que en ocasiones, incluso muy a menudo, los alumnos introducen ideas “erróneas” cuando formulan hipótesis. Por ejemplo, cuando se pide cuál será la altura máxima a la que llegará una piedra lanzada hacia arriba, muchos alumnos piensan en la masa del objeto como una variable pertinente. Pero esto, lejos de ser negativo, constituye quizás la mejor manera de sacar a la luz y tratar dichas ideas (que serán falsadas por los resultados obtenidos): cada vez que los alumnos abordan una situación problemática en la que interviene una caída de graves, sus ideas acerca de la influencia de la masa pueden reaparecer como hipótesis y ser tratadas. Por el contrario, la resolución de decenas de ejercicios habituales sobre este mismo tema no impide que un importante

porcentaje de alumnos de educación secundaria e incluso de estudiantes universitarios continúe considerando como “evidente” que un cuerpo de masa doble que otro caerá en la mitad del tiempo empleado por el primero.

IV. Elaborar y explicitar posibles estrategias de resolución antes de proceder a ésta, evitando el puro ensayo y error. Buscar distintas vías de resolución para posibilitar la contrastación de los resultados obtenidos y mostrar la coherencia del cuerpo de conocimientos de que se dispone.

Si el corpus de conocimientos de que dispone el alumno juega, como hemos visto, un papel esencial en los procesos de resolución, desde la representación inicial del problema y la manera de modelizar la situación, hasta en las hipótesis que se avanzan, es sin duda en la búsqueda de caminos de resolución donde su papel resulta más evidente. En efecto, los problemas de lápiz y papel son situaciones que se abordan disponiendo ya de un corpus de conocimientos suficientemente elaborado para permitir la resolución: su estatus en los libros de texto es el de problemas “de aplicación”. Son, en efecto, situaciones que se pueden resolver con los conocimientos ya construidos y reiteradamente probados, sin que haya necesidad, pues, de nuevas verificaciones experimentales. Es por tanto lógico y correcto que en la literatura sobre resolución de problemas de lápiz y papel se dé mucha importancia a un buen conocimiento teórico. Ya no resulta tan correcto que se interprete el fracaso en la resolución como evidencia de la falta de esos conocimientos teóricos: se olvida así que las estrategias de resolución no derivan automáticamente de los principios teóricos, sino que son también construcciones tentativas, que parten del planteamiento cualitativo realizado, de las hipótesis formuladas y de los conocimientos que se poseen en el dominio particular, pero que exigen imaginación y ensayos. Las estrategias de resolución son, en cierta medida, el equivalente a los diseños experimentales en las investigaciones que incluyen una contrastación experimental, y hay que encararlas como una tarea abierta, tentativa. Es por ello que resulta conveniente buscar varios caminos de resolución, lo que además de facilitar la contrastación de los resultados, puede contribuir a mostrar la coherencia del cuerpo de conocimientos.

V. Realizar la resolución verbalizando al máximo, fundamentando lo que se hace y evitando, una vez más, operativismos carentes de significación física.

La petición de una planificación previa de las estrategias de resolución está dirigida a evitar una actividad próxima al simple “ensayo y error”, pero no pretende imponer un proceso rígido: los alumnos (y los científicos) conciben en ocasiones las estrategias de resolución a medida que avanzan, no estando exentos de tener que volver atrás a buscar otro camino. En todo caso, es necesario que la resolución esté fundamentada y claramente explicada –previamente o a medida que se avanza–, lo que exige verbalización y se aleja de los tratamientos puramente operativos, sin ninguna explicación, que se encuentran tan a menudo en los libros de texto. Ello exige también una resolución literal hasta el final, lo que permite que el tratamiento se mantenga próximo a los principios manejados y facilitará, además, el análisis de los resultados. Como indican Jansweijer, Elshout y Weilinger (1987), “cuando la tarea es un verdadero problema, las dificultades y las revisiones son inevitables”, y ello se ve facilitado, sin duda, por una resolución literal en la que los factores considerados como pertinentes aparecen explícitamente y se pueden reconocer los principios aplicados, lo que no ocurre, obviamente, en el caso de una resolución numérica. Además, dejar las operaciones numéricas para el final evita una sobrecarga de la memoria de trabajo a corto plazo de los resolventes, que pueden dedicar así una mayor atención a aspectos estratégicos, favoreciendo el éxito en la resolución.

VI. Analizar cuidadosamente los resultados a la luz de las hipótesis elaboradas y, en particular, de los casos límite considerados.

El análisis de los resultados constituye un aspecto esencial en el abordaje de un verdadero problema y supone, sobre todo, su contrastación con relación a las hipótesis emitidas y al corpus de conocimientos. Desde este punto de vista adquieren pleno sentido propuestas como la que Reif (1983) denomina “verificación de la consistencia interna”:

- “¿Es razonable el valor de la respuesta?”.
- “¿Depende la respuesta, de una forma cualitativa, de los parámetros del problema en el sentido que cabría esperar?”.
- “¿Se ajusta la respuesta a lo que se podría esperar en situaciones sencillas y especiales (por ejemplo, las correspondientes a valores extremos de las variables)?”.
- “¿Se obtiene la misma respuesta por otro medio diferente de resolución?”.

Es importante constatar hasta qué punto el proceso de análisis de los resultados preconizado por Reif en el texto precedente se ajusta a una verificación de hipótesis avanzadas al principio de la resolución para orientarla y dirigir la búsqueda de los datos necesarios –las variables pertinentes–, en lugar de pedir que “se reconozcan” en el enunciado como punto de partida. Cabe preguntarse, una vez más, por qué ese paso lógico y aparentemente tan sencillo no ha sido dado ni por Reif ni por otros autores. En nuestra opinión, la razón de ello estribaría en el hecho de aceptar, sin cuestionarlo, el tipo habitual de enunciado y la orientación didáctica asociada al mismo, consistente en “desproblematizar” los problemas.

Añadamos que, al igual que ocurre en una verdadera investigación, **los resultados pueden ser origen de nuevos problemas**. Sería conveniente que los alumnos (y los profesores) llegasen a considerar este aspecto como una de las derivaciones más interesantes de la resolución de problemas, poniendo en juego de nuevo su creatividad. Se trataría, pues, de incluir una séptima actividad en el tratamiento de los problemas:

VII. Considerar las perspectivas abiertas por la investigación realizada contemplando, por ejemplo, el interés de abordar la situación a un nivel de mayor complejidad o considerando sus implicaciones teóricas (profundización en la comprensión de algún concepto) o prácticas (posibilidad de aplicaciones técnicas). Concebir, muy en particular, nuevas situaciones a investigar, sugeridas por el estudio realizado.

Es conveniente solicitar, por último, la **elaboración de una memoria** del tratamiento del problema, es decir, de la investigación realizada, que contribuya a dar a la comunicación y al aspecto acumulativo toda la importancia que poseen en el proceso de construcción de conocimientos. Ello ha de ser ocasión para una **recapitulación de los aspectos más destacados del tratamiento del problema, tanto desde el punto de vista metodológico como desde el conceptual o axiológico**. Dicha memoria se convierte así en un **producto** de interés para la comunidad, superando la idea de ejercicio escolar (destinado exclusivamente al profesor), lo que suele jugar un indudable papel motivador. Podemos así incluir esta última propuesta:

VIII. Realizar una recapitulación que explique el proceso de resolución y que destaque los aspectos de mayor interés en el tratamiento de la situación considerada. Incluir, en particular, una reflexión global sobre lo que el trabajo realizado puede haber aportado, desde el punto de vista conceptual, metodológico y actitudinal, para incrementar la competencia de los resolventes.

Es conveniente remarcar que las orientaciones precedentes (que pueden entregarse a los asistentes, a modo de recapitulación) **no** constituyen un algoritmo que pretenda guiar paso a paso la actividad de los alumnos. Muy al contrario, se trata de indicaciones genéricas destinadas a llamar la atención contra ciertos “vicios metodológicos”: la tendencia a caer en operativismos ciegos o a pensar en términos de certeza, lo que se traduce en no pensar en posibles caminos alternativos de resolución o en no poner en duda y analizar los resultados, etc. Nos remitimos para mayor información a otros trabajos que incluyen la “traducción” y resolución de numerosos problemas de física y química, así como los resultados obtenidos con alumnos de educación secundaria (Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1987). Conviene ahora proceder a practicar esta orientación para constatar todas sus potencialidades.

UN EJEMPLO DE TRATAMIENTO DE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS ABIERTAS

Presentamos aquí un ejemplo concreto de tratamiento de situación problemática abierta con una orientación investigativa. Hemos elegido una situación especialmente elemental para mostrar cómo al orientar su resolución como una investigación, la actividad se enriquece notablemente, convirtiéndose en ocasión de practicar aspectos clave del trabajo científico, favoreciendo además una notable mejora en los resultados.

Cuando hemos de atravesar una vía de circulación rápida por un lugar donde no existe paso de peatones, solemos analizar brevemente la situación y optar entre pasar corriendo o esperar. Esta elección se apoya en la recogida y tratamiento de informaciones pertinentes que, aunque tengan un carácter inconsciente, no dejan de basarse en las leyes de la física. Proponemos, pues, abordar dicha situación y responder a esta cuestión: “Vamos a atravesar una calle de circulación rápida y vemos llegar un coche: ¿Pasamos o esperamos?”.

Propuesta de trabajo

Vamos a atravesar una calle de circulación rápida y vemos venir un automóvil:

¿pasamos o esperamos?

Como puede verse se trata de una situación en la que cualquier alumno, cualquier ciudadano, puede encontrarse con relativa frecuencia y en la que necesariamente se procede a realizar estimaciones cualitativas que determinan la elección final (pasar o esperarse). Explicitar dichas estimaciones y proceder a un tratamiento más riguroso de la situación puede tener interés desde distintos puntos de vista:

- Ayudar a comprender el papel de las estimaciones cualitativas, a las que los científicos recurren con frecuencia, previamente a realizar cálculos más precisos. Se puede romper así con la visión tópica que asocia trabajo científico con cálculos minuciosos que, a menudo, pierden toda significación.
- Hacer ver que las disposiciones legales sobre límites de velocidad, las decisiones urbanísticas sobre localización de semáforos, isletas en el centro de una calzada, etc.

se basan –o deberían basarse–, entre otros, en un estudio físico cuidadoso de las situaciones, es decir, en la resolución de problemas como el que aquí se propone.

- Podemos referirnos, por último, al interés que puede tener el tratamiento de esta situación para incidir en aspectos de educación vial y, más en general, en la toma de decisiones en torno a problemas de relación ciencia-tecnología-sociedad-ambiente (CTSA).

Vale la pena, pensamos –en este y en cualquier problema–, pedir a los alumnos que se planteen **cuál puede ser el interés de la situación problemática propuesta** e insistir, en la reformulación, en algunas de las ideas aquí expuestas. Ello puede contribuir a favorecer una actitud más positiva hacia la tarea, evitando que los alumnos se vean sumergidos en el tratamiento de una situación sin haber podido siquiera formarse una primera idea motivadora. De hecho, cuando se propone este problema a estudiantes de secundaria o a profesores en formación, los grupos de trabajo introducen ideas semejantes a las aquí expuestas.

En general, si se desea romper con planteamientos excesivamente escolares, alejados de la orientación investigativa que aquí se propone, es absolutamente necesario que cada tarea planteada sea presentada cuidadosamente, prestando atención a crear un interés previo que evite un activismo ciego.

Veamos ahora, tras estas reflexiones introductorias, el desarrollo previsible del trabajo de los alumnos en este problema, cuando les pedimos que procedan al **análisis cualitativo de la situación y al planteamiento preciso del problema**.

Señalemos, en primer lugar, que solicitar “el análisis cualitativo de la situación y planteamiento del problema” constituye una petición bastante global, lo que nos parece preferible a ir orientando el trabajo de los alumnos con preguntas más concretas que parcialicen el abordaje de la situación. Ello no quiere decir que el profesor no pueda introducir, si es necesario, nuevas cuestiones durante las puestas en común, pero lo esencial es que los grupos de trabajo se planteen una actividad suficientemente global para que tenga sentido y no constituya un simple ejercicio escolar conducido paso a paso por el profesor. El papel de éste ha de ser el de favorecer una actividad lo más autónoma y significativa posible, sin descomponer innecesariamente la tarea mediante preguntas muy concretas que pueden incluso esconder el hilo conductor.

Volviendo al problema que nos ocupa, señalaremos en primer lugar que analizar una situación problemática abierta hasta formular un problema concreto exige un esfuerzo de precisión, de toma de decisiones modelizantes, etc., que, incluso en un problema tan sencillo como éste, encierra dificultades para los alumnos. Entendemos, sin embargo, que son dificultades debidas, en gran parte, a la falta de hábito en detenerse suficientemente en las situaciones, en hacer explícito lo que “se da por sentado”, etc. La intervención del profesor no necesita, pues, en general, ir más allá de pedir precisiones e impulsar a una mayor profundización. Los alumnos pueden llegar así, tras la puesta en común del trabajo de los pequeños grupos, a concebir la situación planteada en la forma que transcribimos, sintéticamente, a continuación:

“Consideraremos que el automóvil A sigue una trayectoria rectilínea y que el peatón P atraviesa también en línea recta, perpendicularmente (Fig. 1). Tomamos las velocidades del automóvil, v_A , y del peatón, v_P , como constantes: no sólo porque es la situación más sencilla, sino porque el peatón ha de atravesar sin obligar a frenar al automóvil”.

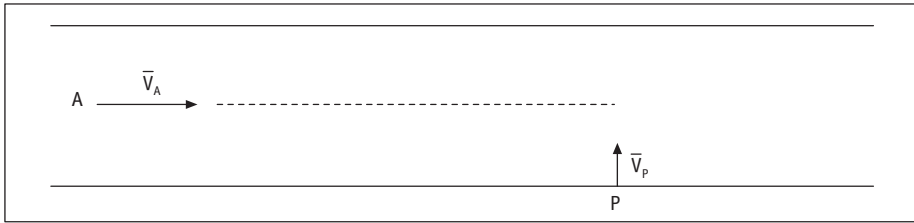


Figura 1

La discusión acerca de la constancia de las velocidades es del mayor interés y no siempre se produce espontáneamente. No se trata sólo de una simplificación como las que suelen hacerse para facilitar la resolución de un problema, sino que constituye una cuestión esencial de educación vial: el conductor también evalúa la situación y ha de poder seguir su movimiento sin frenar ni desviarse bruscamente (con los peligros que ambas cosas comportan). Por supuesto, la discusión puede ir más lejos y contemplar la cuestión de las velocidades máximas a las que circulan los automóviles y de la distancia mínima entre ellos. En efecto, si el peatón ha alcanzado un automatismo, basado en la distancia a la que percibe los automóviles y en la velocidad máxima a la que éstos circulan habitualmente, ¿qué ocurrirá cuando un conductor circule a mayor rapidez... o acelere una vez el peatón ha comenzado ya a atravesar? ¿Qué puede ocurrir, por otra parte, si el automóvil frena y hay otro automóvil detrás que no ha respetado la distancia mínima que corresponde a su velocidad? Se trata, pues, de proceder a opciones que van más allá de la simple modelización simplificadora y que pueden dar lugar a debates muy vivos (“¡La ciudad ha de ser, ante todo, para los peatones!, ¡Habría que poner fuertes multas a los peatones irresponsables!”, etc.). Los alumnos, por último, añaden la siguiente precisión para acotar el problema:

“Cabe pensar que el peatón atravesará si puede llegar a la otra orilla antes que el automóvil llegue a su altura, es decir, P ha de llegar a P_2 antes de que A llegue a A_2 ” (Fig. 2).

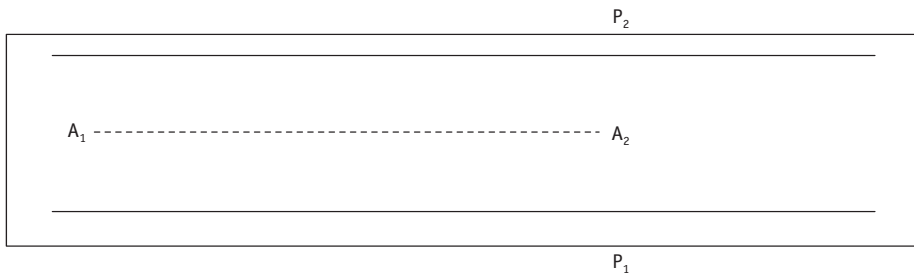


Figura 2

También esta clarificación de las condiciones en las que el peatón decidirá pasar genera discusión: algunos señalan, razonablemente, que sería preciso ampliar el margen de seguridad (“¡No se trata de torear al coche!”). En cualquier caso, la reformulación del profesor permite alcanzar un consenso en torno a la necesidad de que ni el peatón ni el conductor se vean obligados a acelerar o desviarse, como expresión de que la acción del peatón no genere peligro. Ello puede concretarse en que el peatón ha de llegar a la otra acera *antes* que el automóvil llegue a su altura (el tiempo empleado por el peatón en realizar su movimiento ha de ser menor que el del automóvil). Se puede, pues, resolver el problema en términos de *desigualdad*, dejando así un amplio margen a las condiciones de seguridad que cada peatón puede considerar necesarias.

Una dificultad particular es la que presenta la traducción del enunciado (“¿Pasará o no el peatón?”) a una forma que implique alguna magnitud concreta. No basta, en efecto, con acotar y modelizar la situación para tener un problema: se ha de saber lo que se busca. Una posible pregunta que cabe esperar que los alumnos se formulen a este respecto es la siguiente:

“¿Con qué velocidad debe pasar el peatón (para atravesar la calle antes de que el automóvil llegue a su altura)?”

Se trata de una cuestión que dirige la resolución hacia el cálculo de la velocidad que ha de llevar el peatón:

“Si dicha velocidad está dentro de márgenes razonables (para el peatón en cuestión) pasará; en caso contrario, se parará”.

Son posibles, sin embargo, otros enfoques y conviene solicitar un esfuerzo para concebir otras preguntas. Surgen así, por ejemplo, las siguientes:

“¿Qué velocidad máxima puede llevar el automóvil (para que el peatón pueda atravesar la calle antes de que llegue a su altura)?”, “¿A qué distancia mínima ha de encontrarse el automóvil?”, “¿De cuánto tiempo dispone el peatón para pasar?”, etc.

Todas estas preguntas son formas de plantear *el mismo problema* y resultará conveniente resaltarlo al analizar los resultados.

Se ha llegado de este modo a formular un problema concreto a partir de la situación problemática inicial. Conviene, por supuesto, proceder a sintetizar el trabajo realizado, es decir, solicitar dicha síntesis de los propios alumnos. No la transcribimos aquí para evitar repeticiones y pasamos, pues, a la **formulación de hipótesis** susceptibles de focalizar el problema y de orientar su resolución.

Si el problema ha quedado formulado como “¿con qué velocidad ha de atravesar el peatón (para atravesar la calle antes de que el automóvil llegue a su altura)?”, las hipótesis formuladas por los distintos grupos indican que *“la velocidad mínima que ha de llevar el peatón, v_p , dependerá de (ver Fig. 3):*

- *la velocidad del automóvil, v_A (cuanto mayor sea ésta, más aprisa habrá de atravesar el peatón; obviamente, para $v_A = 0$ la velocidad del peatón puede hacerse tan pequeña como se quiera)*
- *la distancia inicial a que se encuentra el automóvil, d_A (cuanto mayor sea ésta, menor puede ser la velocidad del peatón;)*
- *la anchura de la vía o distancia que ha de recorrer el peatón, d_p (cuanto mayor sea ésta más aprisa habrá de pasar el peatón; de hecho, una anchura muy grande hace impensable atravesar, a menos que la visibilidad sea excelente y permita ver el automóvil desde distancias también muy grandes)”.*

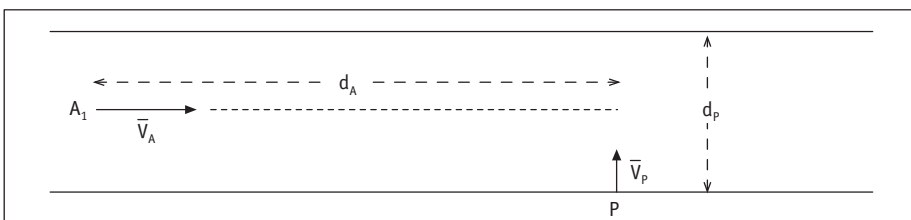


Figura 3

Todo lo anterior puede esquematizarse en una expresión como:

$$V_P = f(V_A, d_A, d_P)$$

Dicha expresión indica los factores de que depende la velocidad mínima a la que puede atravesar el peatón e indica cualitativamente el sentido de su influencia, pero conviene evitar que estas formulaciones esquemáticas –que resultan poco significativas– substituyan a la explicación detenida del sentido de las variaciones. Por ello insistimos, una vez más, en que no conviene descomponer esta tarea, como se hace cuando se pide, por ejemplo, “¿de qué dependerá v_P ?” para, a continuación, solicitar el sentido de las variaciones. Esto favorece las presentaciones esquemáticas, la inclusión de factores que no juegan ningún papel, etc. Es preciso, pues, cuando los estudiantes señalan algún posible factor, preguntarles por qué lo incluyen y no contentarse tampoco con formulaciones abstractas del tipo “si v_A aumenta, v_P aumentará”, sino pedir ¿qué significa eso? hasta conseguir que el enunciado sea más significativo: p.e., “cuanto mayor sea la velocidad v_A a que circula el automóvil, más aprisa tendrá que pasar el peatón, es decir, mayor habrá de ser la velocidad mínima v_P que puede llevar el peatón”. Del mismo modo hay que evitar la utilización mecánica de algunos casos límite como “si v_A tiende a cero, v_P tenderá a cero también”, que ha de dejar paso a expresiones más significativas del tipo “si la velocidad del automóvil se hace muy pequeña (tiende a cero), la velocidad que ha de llevar el peatón puede disminuir también, es decir, la velocidad mínima v_P que ha de llevar el peatón tiende a cero... lo que no quiere decir, por supuesto, que vaya a atravesar la calle con velocidad nula”.

Podemos pasar ahora al **diseño de posibles estrategias de resolución**. Las mayores dificultades con que los alumnos tropiezan para encontrar estrategias adecuadas tienen lugar cuando no asocian esta búsqueda con lo que ya han realizado, es decir, con las hipótesis enunciadas y con el mismo análisis cualitativo de la situación. Conviene, pues, insistir explícitamente en ello, hasta que se convierta en algo “connatural” para los alumnos, pidiendo que conciban alguna(s) estrategia(s) de resolución, teniendo en cuenta la forma en que ha sido formulado el problema y las hipótesis enunciadas. Ello permite a los alumnos elaboraciones como la siguiente:

“Se trata de tener en cuenta que el tiempo tardado por el peatón en atravesar la calle (con movimiento uniforme), t_P , ha de ser menor que el t_A empleado por el automóvil en llegar a su altura (también con movimiento uniforme); es decir, se ha de cumplir que $t_P < t_A$. Basta, pues, poner dichos tiempos en función de las distancias y velocidades (constantes) respectivas, puesto que son ésas las magnitudes que figuran en las hipótesis”.

Vemos así cómo las hipótesis y el análisis cualitativo en que se basan juegan un papel orientador sin el cual la búsqueda de estrategias de resolución se convierte en algo prácticamente aleatorio, guiado simplemente por la necesidad de encontrar las ecuaciones que pongan en relación las incógnitas con las otras variables.

¿Qué otras estrategias pueden imaginarse? Es lógico que se piense en estrategias cinemáticas como la que acabamos de transcribir, pero ello no excluye una cierta diversidad de aproximaciones, formulando el problema de manera distinta (planteando, p.e., el cálculo de la velocidad máxima que puede llevar un automóvil para que el peatón se atreva a pasar) o utilizando un tratamiento gráfico, etc.

Como es lógico, los alumnos no tienen dificultad en obtener:

$$d_P/v_P < d_A/v_A \text{ y de aquí } v_P > v_A \cdot d_P/d_A$$

(si lo que se persigue es determinar la velocidad mínima que ha de llevar el peatón), o bien:

$$v_A < v_P \cdot d_A / d_P$$

(si lo que se busca es la velocidad máxima que puede llevar el coche), o bien:

$$d_P < d_A \cdot v_P / v_A$$

(si se calcula la anchura máxima que puede tener la calle, etc.).

Quizás las mayores dificultades las plantee la lectura significativa de este resultado –más allá de la pura expresión matemática–, evidenciándose así, una vez más, la escasa práctica en el trabajo de interpretación física. En este problema, sin embargo, dicha interpretación es sencilla y los alumnos pueden constatar, sin mayores dificultades, que *“el resultado da cuenta de las hipótesis concebidas (tanto en el sentido general de las variaciones como en los casos límite concebidos). Podemos así ver que cuanto mayor sea la distancia a la que se divisa el automóvil, más espacio podrá ir el peatón, mientras que cuanto más ancha sea la calle (o a más velocidad vaya el automóvil,) más aprisa endrá que ir el peatón”*.

Vale la pena, sin embargo, insistir en la búsqueda de otros argumentos que permitan aceptar o rechazar dicho resultado, contrariando la tendencia a darse fácilmente por satisfechos sin mayores cuestionamientos (actitud característica del pensamiento ordinario, con el que es preciso romper). Los alumnos pueden añadir así algunas consideraciones pertinentes, como *“el resultado es dimensionalmente correcto; las distancias recorridas por cada móvil son proporcionales a sus respectivas velocidades (como corresponde a movimientos uniformes), etc.”*.

Mayor interés puede tener solicitar una estimación numérica correspondiente a una situación real (una vía próxima al Centro escolar) para proceder a continuación a su contrastación o a simulaciones con ordenador.

La discusión de las estimaciones permite salir al paso de algunas suposiciones inverosímiles: considerar, p.e., que el automóvil lleva una velocidad de 60 m/s, o suponer que se encuentra tan cerca del peatón que éste se ve obligado a batir récords de velocidad. Se favorece así el entrenamiento en la estimación y evaluación cualitativa de cantidades, a las que los científicos recurren muy frecuentemente.

La contrastación experimental –semicuantitativa– es en este caso muy simple y los grupos de alumnos obtienen valores similares y plausibles para la velocidad mínima que ha de llevar el peatón.

Puede ser interesante solicitar de los alumnos que conciban otros problemas relacionados con los que acaban de resolver, incidiendo así en un aspecto clave de la investigación científica. Algunas propuestas de los alumnos resultan, sin duda, de interés; por ejemplo:

“Se puede pensar en la determinación de la velocidad mínima a que se debe atravesar una calle con semáforo”.

Ésta es una situación aún más ordinaria (¡y segura!) que la abordada aquí y, por ello mismo, de mayor interés práctico. La cuestión de la decisión –pasar o esperar– se mantiene y, de hecho, observamos con frecuencia peatones que atraviesan corriendo cuando la luz naranja ya se ha encendido, mientras que otros esperan hasta que el semáforo vuelve a ponerse verde. Otra situación muy similar al problema resuelto (tiene exactamente el mismo resultado), pero raramente planteada, es la siguiente: *“¿Se alcanzará a los fugitivos antes de que lleguen a la frontera?”*.

Sí suele plantearse la situación opuesta en la que es el conductor el que ha de tomar la decisión: “*Un automovilista percibe a un peatón atravesando un paso de cebra ¿Conseguirá parar antes de atropellarlo?*”. Se plantean también situaciones como “*¿chocarán dos automóviles que confluyen en un cruce de escasa visibilidad?*”, o bien, “*¿arrollará el tren al automóvil que cruza el paso a nivel?*”, etc.

Imaginar estas situaciones -imaginar, en definitiva, nuevos problemas- constituye, repetimos, una actividad del mayor interés y conviene que la cuestión sea planteada, allí donde sea posible.

Conviene, por último, solicitar de los alumnos una **recapitulación de los aspectos más destacados del tratamiento de este problema**, tanto desde el punto de vista metodológico como desde cualquier otro. Por nuestra, parte destacaríamos los siguientes:

- Nos hemos referido, en primer lugar, a la conveniencia de plantear una reflexión previa acerca del interés de la situación problemática planteada (que en este caso concreto tiene claras implicaciones en aspectos de educación vial) como forma de favorecer una actitud más positiva de los alumnos y de romper con actitudes puramente escolares de “seguimiento de consignas”.
- El tipo de enunciado propuesto (¿atravesamos la calle o esperamos?) ha permitido enfrentar a los alumnos con la tarea –pocas veces planteada– de precisar cuál es la magnitud a determinar, ampliando así la toma de decisiones que el paso de una situación problemática a un problema concreto conlleva. La modelización de la situación problemática ha permitido, más allá de las típicas simplificaciones, plantear opciones de interés acerca de la regulación del tráfico, etc.
- Otra singularidad de interés es la que representa una resolución en términos de desigualdad (“*la velocidad del peatón ha de ser mayor que...*”), a lo que los alumnos, en general, están poco acostumbrados.
- Hemos insistido en la formulación significativa de las hipótesis (superando la mera enumeración de factores, etc.) y en la necesidad de un cuestionamiento del resultado tan profundo como sea posible (sin conformarse con las primeras verificaciones).
- Se ha visto también la posibilidad de introducir estimaciones cualitativas y su puesta en práctica, que permiten ir más allá de la simple resolución de lápiz y papel y a las que conviene recurrir siempre que sea posible.
- Por último hemos visto la posibilidad de enfrentar a los alumnos con la tarea de concebir nuevos problemas.

ALGUNAS CONCLUSIONES

Digamos, para terminar, que hemos ensayado reiteradamente este esquema de cuestionamiento de las preconcepciones docentes y de la enseñanza habitual, en este campo de la resolución de problemas, con buenos resultados. Se obtiene así –*a través de un proceso de investigación dirigida* como el que hemos descrito– la (re)construcción por los profesores de propuestas más acordes con el cuerpo de conocimientos hoy disponible en didáctica de las ciencias. Por otra parte, el ensayo sistemático de la nueva propuesta con estudiantes de bachillerato y primer curso de universidad ha proporcionado también resultados muy positivos (Martínez Torregrosa, 1987; Dumas Carré, Gil-Pérez y Goffard, 1990; Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1987; Ramírez, Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1994).

NOTA:

Este capítulo ha sido preparado a partir de los siguientes trabajos:

GIL-PÉREZ, D., CARRASCOSA, J., FURIÓ, C. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1991). *La enseñanza de las ciencias en la educación secundaria*. Barcelona: Horsori. (Capítulo 2 "La resolución de problemas: causas del fracaso generalizado de los alumnos y propuestas alternativas").

GIL-PÉREZ, D., MARTÍNEZ TORREGROSA, J., RAMÍREZ, L., DUMAS CARRÉ, A., GOFFARD, M. y PESSOA, A. M. (1992). La didáctica de la resolución de problemas en cuestión: elaboración de un modelo alternativo. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 6, 73-85.

GIL-PÉREZ, D., MARTÍNEZ TORREGROSA, J., RAMÍREZ, L., DUMAS-CARRÉ, A., GOFFARD, M. y PESSOA, A. M. (1993). Vamos a atravesar una calle de circulación rápida y vemos venir un coche: ¿pasamos o esperamos?, *Didáctica de las Ciencias Experimentales y sociales*, 7, 71-80.

Referencias bibliográficas en este capítulo

BULLEJOS, J. (1983). Análisis de actividades en textos de Física y Química de 2º de BUP. *Enseñanza de las Ciencias*, 1(3), 147-157.

CHALMERS, A. F. (1990). *Science and its fabrication*. Minneapolis, MP: University of Minnesota Press.

DUMAS CARRÉ, A., GIL-PÉREZ, D. y GOFFARD, M. (1990). Les élèves peuvent-ils résoudre des problèmes? *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 728, 1289-1299.

GARRETT, R. M. (1987). Issues in Science Education: problem-solving, creativity and originality. *International Journal of Science Education*, 9(2), 125-137.

GARRETT, R. M., SATTERLY, D., GIL-PÉREZ, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1990). Turning exercises into problems. An experimental study with teachers in training, *International Journal of Science Education*, 12(1), 1-12.

GIL-PÉREZ, D., CARRASCOSA, J., FURIÓ, C., MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1991). *La enseñanza de las ciencias en la educación secundaria*. ICE/ Universidad de Barcelona. Barcelona: Horsori.

GIL-PÉREZ, D., DUMAS CARRÉ, A., CAILLOT, M. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1990). Paper and pencil problem solving in the physical sciences as an activity of research. *Studies in Science Education*, 18, 137-151.

GIL-PÉREZ, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1983). A model for problem-solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, 5(4), 447-455.

GIL-PÉREZ, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1984). Problem-Solving in Physics: a critical analysis. En *Research on Physics Education*. Paris: Editions du CNRS.

GIL-PÉREZ, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1987). *La resolución de problemas de Física*. Madrid: Ediciones del MEC.

JANSWEIJER, W., ELSHOUT, J. y WEILINGER, B. (1987). *Modelling the genuine beginner: on the multiplicity of learning to solve problems*. Early Conference. Tubingen.

KRULIK, S. y RUDNICK, K. (1980). Problem solving in school mathematics. National council of teachers of mathematics. *Year Book*. Virginia: Reston.

MALONEY, D. P. (1994). Research on problem solving: Physics. En Gabel D. L. (Ed.), 1994, *Handbook of Research on Science Teaching and Learning*. New York: MacMillan Pub Co.

PIAGET, J. (1970). *La epistemología genética*. Barcelona: Redondo.

POLYA, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. En Krulik, S. y Reys, R. E. (Eds.), *Problem solving in school mathematics*. Virginia: Reston.

PRENDERGAST, W. F. (1986). Terminology of problem solving. *Problem solving News Letter*, 8(2), 1-7.

RAMÍREZ, L., GIL-PÉREZ, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1994). *La resolución de problemas de Física y de Química como investigación*. Madrid: MEC.

REIF, F. (1983). Teaching problem-solving. A scientific approach. *The Physics Teacher*, may, 477-478.

SELVARATNAM, M. (1974). Use of Problems in Chemistry Courses. *Education in Chemistry*, November, 201-205.

SIFREDO BARRIOS, C. (2000). La resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física. Campo C. A., Valencia, V. H. (compiladores), *Ciencia y tecnología en los currículos de los países del Convenio Andrés Bello*. Bogotá: Tercer Mundo Editores.

