Dos problemas propuestos al Banco de la Olimpiada Centroamericana y del Caribe 2015

1. **Si un ángulo de un cuadrilátero cíclico es igual al que forman sus diagonales, entonces dos lados consecutivos del cuadrilátero son iguales, y recíprocamente.**

2. **Si** a **y** b **son números reales positivos, demostrar que**

$$\frac{(a-b)^2}{2(a+b)} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} - \sqrt{ab} \leq \frac{(a-b)^2}{\sqrt{2}(a+b)}.$$

Tres problemas de la Olimpiada de Chile 2009, Nivel Menor

3. Se considera un triángulo cuyos lados miden 1, r y r^2. Determine todos los valores de r de manera que el triángulo sea rectángulo.

4. Se toman tres puntos en el interior de un cuadrado de lado 1. Demuestre que el área del triángulo que forman es menor o igual que $\frac{1}{2}$.

5. Encontrar todos los valores positivos de a y b que verifican la ecuación $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2009$