

Problemas de nivel medio y de olimpiadas 54
REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO
DIRECÇÃO NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Olimpíada Provincial de Matemática 2015

1. Sejam x e y números reais positivos satisfazendo as equações $x^2 + y^2 = 1$ e $x^4 + y^4 = \frac{17}{18}$. Calcule o valor de $\frac{1}{xy}$.
2. Determine todos os inteiros positivos m e n tais que: $m^2 + 161 = 3^n$.
3. Um trapézio $ABCD$, com lados paralelos AB e CD , está inscrito em uma circunferência de raio 25. Sabe-se que CD é um diâmetro e a altura desse trapézio é 24. Seja E um ponto no arco menor determinado por A e B e sejam F e G os pontos de intersecção de ED e EC com AB , respectivamente. Calcule $\frac{AF \cdot BG}{FG}$.
4. Determine todos os pares $(a; b)$ de inteiros positivos tais que $ab^2 + b + 7$ divide $a^2b + a + b$.