Problemas propuestos 271-275

Problema 271

Propuesto por Francisco Javier García Capitán, Priego de Córdoba, España.

Sean ABC un triángulo isósceles, con AB = AC; H su ortocentro y A'B'C' su triángulo órtico. Demostrar que H es el inverso de A respecto de la circunferencia de diámetro BC.

Problema 272

Propuesto por Francisco Javier García Capitán, Priego de Córdoba, España. Dedicado a la memoria de José María Pedret.

Sean dos puntos A y B y una recta *r*. Para cada punto M de *r* sea P la intersección de la recta AM y la recta perpendicular a BM por B.

1) **Demostrar que el lugar geométrico de P al variar M sobre *r* es, en general, una cónica.**
2) **Dados los puntos A y B, hallar las rectas *r* para las que la cónica es una parábola.**

Problema 273

Propuesto por Álvaro Begué Aguado, Nueva York (Estados Unidos)

Demostrar que si n es primo, el número $\left[\left(4+\sqrt{11}\right)^n\right]$ **es un múltiplo de n más 7.**

Problema 274

Propuesto por Andrés Sáez Schwedt, León, España

En el triángulo ABC, con incentro I, la recta AI corta a BC en D, y E es el punto medio de AD. Las circunferencias circunscritas de ABD y BCI se cortan en otro punto F, distinto de B. Probar que $\measuredangle ABE = \measuredangle FBC$ **.**

Problema 275

Propuesto por el editor.

Demostrar que, si *p(x)* es cualquier polinomio, entonces la ecuación

$$\left(x^2-1\right)^2 p''(x)+8x\left(x^2-1\right)p'(x)+4\left(3x^2-1\right)p(x)=0$$

tiene al menos dos raíces reales en el intervalo (-1,1).