Problemas propuestos 156-160

Problema 156, *propuesto por Ovidiu Furdui, Toledo (OH,USA)*
Sea f una función tal que

$$f(x) = T_n(x) + R_n(x), \text{ para } |x| < R,$$

donde $T_n(x)$ es el polinomio de Taylor de grado n en 0. Hallar la suma

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (f(x) - T_n(x)).$$

Problema 157, *propuesto por Ovidiu Furdui, Toledo (OH,USA)*
Sea k un número real positivo. Calcular

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \left\{\frac{n}{x}\right\}^k dx,$$

donde $\{a\} = a - \lfloor a \rfloor$ es la parte fraccionaria del número real a.
***Problema 158,** *propuesto por José Hernández Santiago, Oaxaca, México.*
A,B y **C** son preguntados sobre el carácter de la serie

$$1 - \frac{1}{2^{2008}} + \frac{1}{3^{2008}} - \frac{1}{4^{2008}} + \cdots$$

La persona **A** afirma que la serie es convergente y que su suma es un número irracional. La persona **B** concuerda con **A** en que es convergente, pero afirma que la suma es racional. Finalmente, el individuo **C** asegura que tanto **A** como **B** están equivocados y que la serie ni siquiera es convergente. Un cuarto individuo que pasaba po allí les recomienda solicitar el consejo de los lectores de la *Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas.*

Suponga que ellos hacen caso de esta sugerencia. ¿Cuál sería su dictamen, estimado lector?

Problema 159, *propuesto por José Luis Díaz Barrero, Barcelona, España.*
Calcular la suma

$$\frac{19}{105} + \frac{13}{315} + \frac{67}{3465} + \cdots + \frac{4n^2 + 16n + 19}{16n^4 + 128n^3 + 344n^2 + 352n + 105} + \cdots$$

Problema 160, *propuesto por José Luis Díaz Barrero, Barcelona, España.*
Sea F_n el $n-$ésimo número de Fibonacci, definido por

$$F_0 = 0, F_1 = 1, \text{ y para todo } n > 2, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

Demostrar que

$$\frac{F_n^2 (F_{n+2} + 2F_{n+1}) + F_{n+1}^2 (F_{n+2} + F_n)}{2\left(F_n^3 + F_{n+1}^3\right) + 3F_n F_{n+1} F_{n+2}} < 1.$$

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI