

Operativo Nacional de Evaluación

Informe de Resultados • Logros Académicos

2000



MATEMÁTICA

3° Polimodal 5°/6° Medio

a) Introducción

A partir de los resultados de la Prueba de Matemática del último año del nivel polimodal o nivel medio, que tuvo en el año 2000 carácter censal, se diferenciaron los temas en que los alumnos obtuvieron los mejores y los más bajos resultados.

Estos datos fueron analizados según las capacidades y los contenidos evaluados para que los docentes se informen en qué aspectos los alumnos tienen un mejor desempeño y cuáles son los contenidos en los que parecen tener más dificultades.

A continuación se presentarán en primer lugar, ejemplos de los ítem donde se lograron los mayores porcentajes de respuestas correctas (Lógica: inferencias y equivalencias; Números Reales y Estadística Descriptiva). Y en segundo término se plantearán los ejercicios con menores porcentajes de respuesta correcta, los que se dieron en los contenidos de Cálculo Combinatorio y Probabilidades y Ecuaciones e Inecuaciones.

Estos últimos temas fueron analizados más minuciosamente para que los docentes los puedan comparar con las dificultades que presentan sus alumnos en su práctica cotidiana en las aulas. Es decir, este documento tiene como finalidad dar la posibilidad al docente de cotejar las interpretaciones y sugerencias propuestas para estos contenidos, con las suyas propias sobre las dificultades y las formas de mejorarlas.

Merece destacarse que no se observaron diferencias significativas en el desempeño de las dos capacidades evaluadas: Conceptualizar y Resolver Problemas.

A continuación, se presenta el cuadro con los promedios de los porcentajes de respuestas correctas según capacidades y contenidos evaluados.

ONE 2000
Matemática V° / VI° año
Porcentajes de Respuestas Correctas

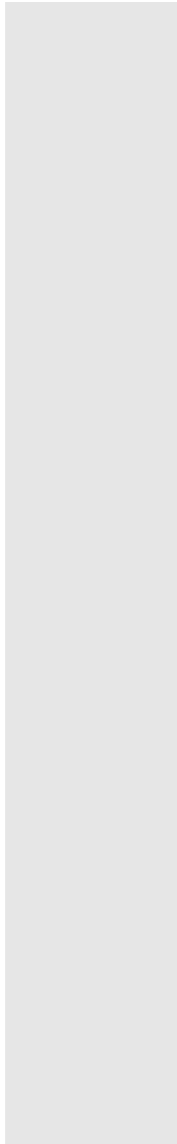
| Capacidades Contenidos | Conceptualizar | Resolver problemas | Media Nacional (Contenidos) (%) |
|---|---------------------|--------------------|---------------------------------|
| Números reales | 1 - 2 * | 3 - 4 | 64,41 |
| Cálculo combinatorio y probabilidades** | 33 | 34 - 35 - 36 | 48,77 |
| Estadística descriptiva | 29 - 31 | 27 - 28 - 30 - 32 | 64,32 |
| Funciones | 5 - 8 - 9 - 10 - 11 | 6 - 7 - 12 | 60,92 |
| Ecuaciones e Inecuaciones** | 13 - 14 - 15 - 16 | 17 - 18 - 19 - 20 | 58,51 |
| Geometría plana y del espacio | 21 - 22 - 23 | 24 - 25 - 26 | 61,93 |
| Lógica (inferencias y equivalencias) | | 37 - 38 - 39 - 40 | 71,54 |
| Media Nacional (Capacidades) (%) | 61,52 | 61,14 | |

(*) Números de los ítem en la prueba.

(**) Contenidos que presentaron mayor dificultad.

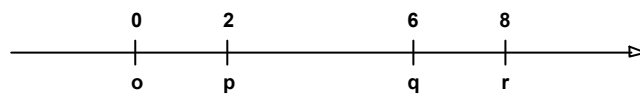


Contenidos que obtuvieron mayor porcentaje de respuestas correctas



Números Reales

- 1 El punto x (que no se muestra en la figura) de la recta está situado a 5 unidades del punto r y a 3 unidades del punto q . ¿Dónde está situado el punto x ?



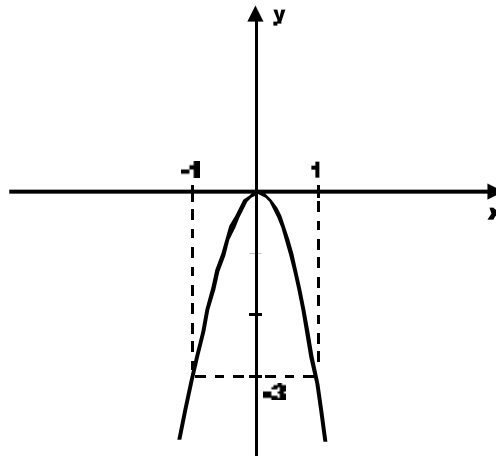
- A) Entre o y p
- B) Entre p y q
- C) Entre q y r
- D) A la derecha de r

M120696

77% de respuestas correctas.

Funciones

9 La siguiente gráfica de la función de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ está definida por:



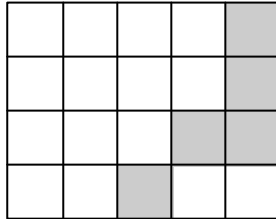
- A) $y = 3x^2$
- B) $y = \frac{1}{3}x^2$
- C) $y = -\frac{1}{3}x^2$
- D) $y = -3x^2$

M120268

63% de respuestas correctas

Geometría

- 23** Se muestra una figura en dos colores, blanco y gris. El área de la parte blanca es 30, calcular el área de la parte gris



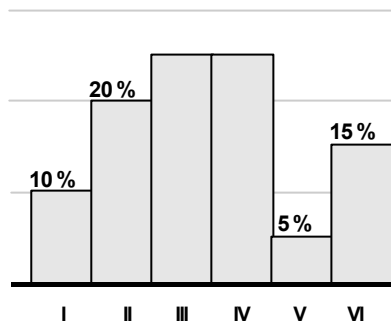
- A) 5
B) 10
C) 12
D) 15

M120679

77% de respuestas correctas

Estadística descriptiva

30 Considera el siguiente gráfico de ciertos datos, con rectángulos de igual base.



¿Qué porcentaje de observaciones cae en el rectángulo **IV**?

- A) 15%
- B) 25%
- C) 30%
- D) 50%

M120724

82% de respuestas correctas

Lógica

39 Marina, Sofía, Vanesa y Laura son las únicas alumnas de sexto grado. Forman fila por altura de mayor a menor. Marina es más alta que Sofía. Laura es la más baja. Vanesa sólo supera a Laura. El orden de la fila es

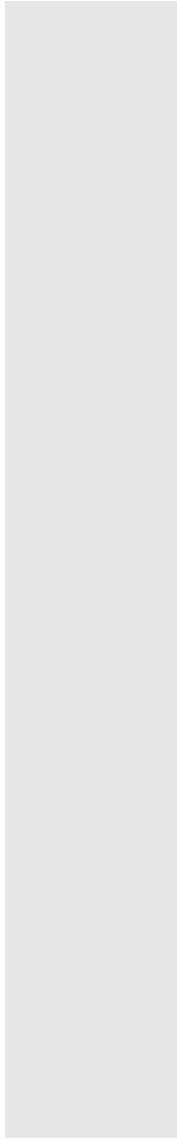
- A) Laura, Vanesa, Sofía y Marina.
- B) Marina, Vanesa, Sofía y Laura.
- C) Marina, Sofía, Vanesa y Laura.
- D) Vanesa, Marina, Sofía y Laura.

M120732

78 % de respuestas correctas



Contenidos con mayores dificultades



Cálculo combinatorio y probabilidades

El concepto de incertidumbre, presente en numerosas situaciones de la vida cotidiana, en la tecnología, en la ciencia, en el arte y en la comunicación es difícil de tratar con los alumnos quienes rápidamente aprenden que siempre hay una respuesta correcta y que todas las demás son erróneas. Uno de los objetivos de la enseñanza de la estadística y la probabilidad es que el alumno desarrolle la actitud y la habilidad de tratar la incertidumbre .

El análisis de datos, la estimación, la probabilidad y la inferencia deberían ser tenidos en cuenta para enseñar y aprender el tratamiento de la incertidumbre .

En nuestros instrumentos, la propuesta de ejercicios para evaluar estos conocimientos, está limitada a sencillas situaciones reales, escolares o familiares. Estos ítem corresponden a lo propuesto en la currícula tradicional de la escuela media, reforzada, ampliada y profundizada en los Contenidos Básicos Comunes de la Educación General Básica y del Nivel Polimodal. Los primeros expresan como expectativa de logro: “.comprender, estimar y usar probabilidades, ...” Y los del Nivel Polimodal sostienen: “los estudiantes estarán en condiciones de interpretar y explicar los conceptos y procedimientos básicos de la estadística y la probabilidad, reconociendo los alcances y las limitaciones de sus usos en la resolución de problemas...”

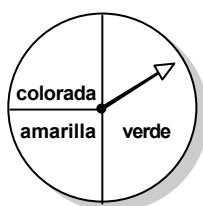
Los ejercicios 33; 34; 35 y 36 evalúan Cálculo combinatorio y Probabilidades . Este conjunto de ítem evalúa la capacidad de los estudiantes para:

- 3 reconocer sucesos posibles en una situación dada,
- 3 calcular la probabilidad de un suceso,
- 3 reconocer el concepto de probabilidad,
- 3 resolver problemas sencillos de cálculo combinatorio.

A nivel nacional, sólo el 48,77 % de los alumnos resolvió correctamente este conjunto de ítem .

Es importante analizar algunos ejercicios en particular.

33 Cada vez que gira la flecha cae en una de las regiones marcadas.



El área de la región verde es el doble del área de la región colorada y la región colorada tiene la misma área que la región amarilla.

Si giramos la flecha, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en la región amarilla?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{1}{4}$

M120725

46 % de respuestas correctas.

Este ítem evalúa el reconocimiento del concepto de probabilidad en una situación que está presentada en un contexto lúdico y familiar al alumno.

El reconocimiento del concepto de probabilidad se relaciona básicamente, con el de fracción. Muchos de los errores pueden ser cometidos por dificultades en el reconocimiento del concepto de fracción.

El 51% de los alumnos no logró integrar el concepto de probabilidad aplicado a un caso geométrico con el de fracción, planteado gráficamente. Casi una cuarta parte de los alumnos (24%) responde perceptivamente sin un análisis reflexivo del tema.

36 Cada una de las caras de un cubo está pintada de colorado o azul. Al lanzar el cubo la probabilidad de que una cara colorada quede arriba es $\frac{2}{3}$.
¿Cuántas caras coloradas tiene?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

M120727

34% de respuestas correctas

El problema es diferente a los problemas que tradicionalmente se trabajan en el tema Probabilidades, puesto que se da como dato la probabilidad y se pide calcular el número de casos favorables.

Una forma de pensar y resolver el problema es: Si la probabilidad es $\frac{2}{3}$ o su fracción equivalente $\frac{4}{6}$, se deduce que el denominador indica los casos posibles, o sea, las 6 caras de un cubo y el numerador, los casos favorables, es decir, las 4 caras coloradas.

En este ejercicio se pone de manifiesto la hipótesis de que la fuerza que los datos (sobre todo los numéricos) ejercen al decidir la elección de la respuesta correcta es superior a la necesaria reflexión sobre la situación en su totalidad. Es probable que la opción A haya sido elegida por el 28% y la B por el 30% de los alumnos porque los números 2 y 3 son los únicos números que se dan en el enunciado.

Una vez más, se aprecia que, probablemente, la no comprensión dinámica y completa del concepto de fracción y de fracciones equivalentes como nociones relacionadas con el concepto de probabilidad, ha dificultado la resolución correcta de este ejercicio.

Se sugiere:

- u trabajar en clase con propuestas variadas, que requieran procesos de ida y vuelta, como calcular la probabilidad de un suceso y dada la probabilidad calcular los sucesos posibles,
- u orientar para que se focalice en la comprensión total de la situación y se consideren todas las variables intervinientes,
- u valorizar las diferentes formas de representar y resolver el problema a partir de las estrategias personales de los alumnos,
- u guiar para que se verifique la coherencia del resultado con el interrogante y el problema planteado.

34 Pablo, Martín, Pedro, José y Juan quieren elegir entre ellos una pareja para jugar al truco, ¿entre cuántas parejas distintas tendrán que realizar la elección?

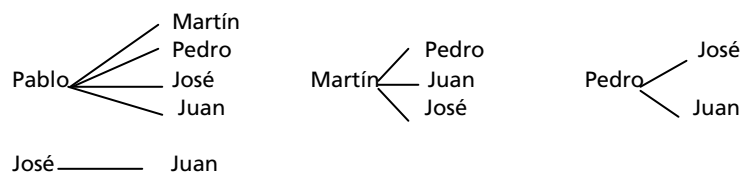
- A) 25
- B) 20
- C) 10
- D) 5

M120686

40% de respuestas correctas.

El ítem requiere que el alumno resuelva la situación propuesta aplicando el cálculo de las combinaciones de cinco elementos tomados de a dos.

Sin embargo, puede también resolver este problema diseñando un diagrama del tipo de los que se presentan a continuación:



De esta manera, el alumno en forma práctica y mediante la realización de un diagrama, aún sin el reconocimiento del concepto de combinaciones, podría haber encontrado las diez parejas diferentes.

Hubo un 26% que eligió la opción B. Es muy probable que estos alumnos no hayan reparado en que la pareja Pablo - Martín es la misma que Martín - Pablo, y de este modo duplicaron el número de parejas.

Ya se ha destacado la fuerza que los datos del problema tiene en la elección de la respuesta. Debe ser por este motivo que el 19% de los alumnos eligió la opción D que coincide con el número de amigos (5).

En muchos casos, los alumnos no son capaces de resolver un problema mediante el uso de fórmulas o algoritmos convencionales pero les resulta más fácil usar sus propias estrategias (esquemas, dibujos, etc.). Por eso, es necesario fomentar el uso de estrategias personales en una variedad de situaciones y contextos para que el estudiante pueda utilizarlas en situaciones nuevas y realmente se conviertan en habilidades propias y regulares de su pensamiento.

Ecuaciones e inecuaciones

El conjunto de ítem que evalúa Ecuaciones e inecuaciones fue resuelto correctamente sólo por el 58,51% de los alumnos.

Estos ítem evalúan la capacidad de los alumnos para:

- 3 traducir de un lenguaje verbal a un lenguaje algebraico,
- 3 resolver una ecuación,
- 3 reconocer la ecuación que resuelve un problema dado,
- 3 identificar el problema que resuelve una ecuación dada.

Este conjunto de contenidos fue evaluado en la prueba mediante ocho ejercicios, de los cuales se analizarán cuatro, representativos de las dificultades principales que presentaron los alumnos.

14 La altura (h_1) de la Torre Eiffel supera en 203 m a la altura de la Estatua de la Libertad (h_2). ¿Cuál es la ecuación que expresa esta situación?

- A) $h_1 = h_2 - 203$
- B) $h_2 = h_1 - 203$
- C) $h_2 = h_1 + 203$
- D) $h_2 = 203 - h_1$

M120709

El ejercicio evalúa la capacidad de los alumnos de traducir una situación real expresada en lenguaje verbal a un lenguaje algebraico.

El ejercicio requiere plantear una ecuación, es decir, expresar por medio de símbolos matemáticos una cuestión que se encuentra formulada en palabras.

El ejercicio exige comprender la relación entre las alturas de la Torre Eiffel y la de la Estatua de la Libertad y estar familiarizado, en este caso, con distintas formas posibles de expresión matemática de esa relación.

Para los alumnos suele ser fácil plantear la diferencia entre las alturas, igualada a 203, es decir, $h_1 - h_2 = 203$ o también $h_1 = h_2 + 203$. Es probable que la dificultad haya sido reconocer que la opción B) $h_2 = h_1 - 203$ es una expresión equivalente a cualquiera de las dos anteriores.

Entre los alumnos que resolvieron el ejercicio incorrectamente, es importante señalar que el 32% eligió la opción C) $h = h + 203$. Esto hace pensar que estos alumnos han interpretado que la aparición en el enunciado de la palabra "supera" es condición suficiente para que la ecuación que lo resuelve incluya una "suma". Es decir, han hecho una traducción directa, término a término, del enunciado, sin analizar que la situación problemática planteada pregunta por una diferencia.

- 20** Cuando se le preguntó la edad a un profesor de Matemática, éste contestó: "Tenía x años en el año x^2 "
¿Qué opción elegirías para calcular en qué año nació?

- A) $x^2 + x$
B) $x^2 + 2x$
C) $x - x^2$
D) $x^2 - x$

M120715

Este ítem evalúa la capacidad de reconocer la operación necesaria para resolver una situación planteada en lenguaje matemático.

El 57% de los alumnos del país eligió la opción correcta D) $x^2 - x$. Sólo estos alumnos reconocieron la expresión simbólica para calcular el año de nacimiento de una persona mediante la diferencia entre el año actual y su edad.

Las opciones incorrectas A y C fueron seleccionadas por el 35% de los alumnos (15 y 20% respectivamente).

Los que eligieron la opción A, es probable que hayan interpretado que x^2 representaba el año del nacimiento del profesor.

Los alumnos que eligieron la opción C identificaron correctamente la operación pero invirtieron el orden de los términos de la resta.

17 Tengo un cubo cuya arista mide x y otro cubo cuya arista mide una unidad menos que el doble de la del anterior. ¿Cuál es el volumen del segundo cubo?

- A) x^3
- B) $2x^3 - 1$
- C) $2(x-1)^3$
- D) $(2x - 1)^3$

M120668

Este ejercicio requiere expresar en lenguaje simbólico una situación formulada en palabras, pero además exige conocer la fórmula para hallar el volumen de un cubo.

Sólo el 38% lo resolvió correctamente, el resto muestra muchas dificultades para traducir de un lenguaje a otro: resultó muy difícil para los alumnos reconocer la expresión algebraica que representaba "una unidad menos que el doble de la anterior" y que esta expresión era la que debía elevarse al cubo.

18 ¿Cuáles son los tres números naturales consecutivos cuya suma es 122?

- A) 40, 41 y 41
- B) No existen tales números
- C) 39,66..., 40,66..., y 41,66...
- D) 39, 41 y 42

M120714

El ejercicio es un problema que requiere plantear y resolver una ecuación lineal.

Solamente el 49% de los alumnos optó por la respuesta correcta B) No existen tales números.

La ecuación necesaria es $x + (x+1) + (x+2) = 122$

de donde $x = 39,666$. número que no es natural

Es importante destacar que se nota una tendencia de los alumnos a elegir opciones que sólo responden a una parte de toda la información que contiene el enunciado.

Así, el 26% eligió la opción A) 40, 41 y 41 porque estos números suman 122 pero no son consecutivos. También se presenta la misma lógica de error en el 19% que elige la opción D) 39, 41, 42, números que suman 122 pero que tampoco son consecutivos.

Finalmente, el 5% eligió C) 39,666; 40,666; 41,666 tal vez basándose en que 39,666 es la solución de la ecuación, pero no tomando en cuenta que estos números no son naturales.

La principal dificultad parece ser no considerar conjuntamente los conceptos de consecutivo y de números naturales. Esto pone de manifiesto una comprensión parcial o incompleta, ya que sólo se toma en cuenta una de las variables para responder.

De las respuestas de muchos alumnos a este grupo de ítem sobre el tema Ecuaciones e Inecuaciones (41,5% de respuestas incorrectas), se puede pensar que hay varias dificultades recurrentes para los estudiantes, en el modo de encarar la resolución de problemas.

Se podría suponer que algunas de ellas se superarían si se trabajara con los alumnos en ciertos pasos infaltables en la comprensión de una situación, por ejemplo:

- 3 Atender a la totalidad de la situación.
- 3 Reconocer sus partes componentes.
- 3 Identificar las relaciones entre esas partes.
- 3 Luego de los dos pasos anteriores, reconsiderar la totalidad de la situación, justamente, a la luz de sus partes componentes y de las relaciones existentes entre ellas.
- 3 Tal como se aprecia, se propone una nueva lectura del enunciado.

Se sugiere tener en cuenta que:

- H La comprensión de un problema requiere necesariamente de sucesivas lecturas de su enunciado.
- H La verificación de resultados también necesita una relectura del enunciado, tarea que parecería que los alumnos no tienen el hábito de efectuar. Verificar resultados "...es una fase de la resolución de problemas que, algunas veces, suele dejarse de lado. Una vez encontrada una solución existe una tendencia general a darse por satisfecho. Sin considerar que la solución encontrada puede ser errónea."
"Este procedimiento propio del contenido matemático se relaciona con la etapa de relectura de textos, cuando los alumnos trabajan en el área de Lengua." (1)
En estos ejercicios en particular (y en muchos otros) parece observarse que un porcentaje importante de alumnos queda satisfecho con la solución encontrada y no revisa si el resultado obtenido es coherente con los datos del problema o con las condiciones planteadas en el enunciado.
- H Es probable que en todas estas situaciones analizadas, exista otro factor que puede llevar a resoluciones incorrectas: cierta resistencia de los alumnos a escribir los procedimientos de resolución del problema y de esta manera no tener en claro los pasos a seguir, los que ya hizo y los que les falta hacer.

- H Otra posible fuente de error es la existencia de ciertos presupuestos que suelen existir en algunas clases de matemática como, por ejemplo, que todo problema tiene solución. Tal vez, llevados por esto, optaron mayoritariamente por opciones con expresiones numéricas aunque no fueran las correctas.

Para modificar esta situación es importante que el docente insista y asista a sus alumnos en la realización de las siguientes acciones:

- 3 Leer comprensivamente el problema.
- 3 Establecer cuáles son los datos, cuáles de ellos son relevantes para resolver la situación y cuáles no lo son y cuáles son las relaciones entre ellos.
- 3 Identificar de manera precisa qué es lo que se pide.
- 3 Intercambiar interpretaciones posibles.
- 3 Expresar de otra forma, con lenguaje propio, lo que dice el problema.
- 3 Representar la situación de diferentes modos para luego poder elegir la más apropiada.
- 3 Analizar las dificultades que tuvieron para lograr una representación adecuada que les ayude a darse cuenta de que no han comprendido el problema. Si esto ocurre, es probable que surja la necesidad de volver al enunciado y hacer una nueva lectura, focalizando ya en algunos puntos que la primera lectura no develó.

Es necesario que estas estrategias sean internalizadas por el alumno hasta convertirse en habilidades propias y regulares de pensamiento.