CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN
BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO
BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

La justificación en estudiantes universitarios de Ingeniería

D´Andrea, R.E.; Delorenzi, O ; Sastre Vázquez, P.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

La justificación en estudiantes universitarios de Ingeniería

D´Andrea, R.E.[(1),(2)]; Delorenzi, O.[(2)]; Sastre Vázquez, P.[(2)]

(1) Pontificia Universidad Católica Argentina. Facultad de Química e Ingeniería. Campus Rosario. Rosario, Provincia de Santa Fe.

(2) Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Facultad de Agronomía. Azul, Provincia de Buenos Aires.

rodolfoedandrea@yahoo.com.ar;olgadelo@educ.ar;pasava2001@yahoo.com.ar

INTRODUCCIÓN

Segura y Chacón (1996) indican que los sistemas tradicionales de enseñanza en la educación no dan al estudiante las herramientas para indagar, analizar y discernir la información, que lo lleve a la verdadera toma de decisiones. Los conocimientos impartidos son más bien atomizados, memorísticos y no fomentan el desarrollo de la iniciativa y la creatividad.

Particularmente en Matemática, en el ciclo medio que hoy se realiza en Argentina, el estudiante se desarrolla en esta Ciencia, a través de la realización de "*ejercicios de aplicación de algoritmos*", no concebidos como un proceso y donde el objetivo que se busca es que el estudiante seleccione el algoritmo correcto, sin obligarlo a interactuar con situaciones que lo lleven a "*comprometer sus conocimientos, a revisarlos, a modificarlos, o rechazarlos para formar un conocimiento nuevo.*" (Parra, 1990, p.13)

Sastre Vázquez, Boubee, Rey y Delorenzi (2005) como resultado de haber realizado un test diagnóstico sobre los conocimientos previos de ingresantes universitarios a Ingeniería afirman que "*Los resultados del diagnóstico llevado a cabo en la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, considerando los últimos cuatro años, muestran que los alumnos manejan mejor la operatoria numérica, plasmada en ejercicios descontextualizados, mientras que al enfrentarse a situaciones problemáticas, un alto porcentaje no las resuelve, o lo hace mal.*" (p.211).

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

El estudiante universitario de Ingeniería que ingresa a la Universidad y que requiere en su currículum, cursos de Matemática, necesita de una sólida base en Álgebra elemental y Geometría Euclidiana, contenidos que se encuentran estructurados dentro de los denominados contenidos mínimos del ciclo medio. Estos contenidos de base, actualmente se desarrollan en la realidad aproximadamente en un 50%. En el desarrollo de estos contenidos, la justificación, la prueba y la resolución de situaciones problemáticas no están contempladas.

La justificación es un componente central y esencial del razonamiento matemático. En el proceso de justificar las proposiciones que hacen a un nuevo contenido matemático, los estudiantes a menudo tienen que ampliar sus conocimientos y construir otros nuevos. (Kidron & Dreyfuss, 2010).

El objetivo de este trabajo consistió en el análisis de la capacidad para la justificación que poseen los estudiantes universitarios argentinos de Ingeniería al ingresar a la Universidad. El momento elegido de ese ingreso fue su primer mes de estancia cursando el primer cuatrimestre de la Carrera escogida y luego de haber realizado el curso propedéutico.

MARCO TEÓRICO

En la transición que se produce en el paso del ciclo medio a la universidad se genera un cambio en lo que Josep Gascón (1997) llama el contrato didáctico, donde se produce un pasaje de una matemática "*mostrativa*" con un predominio de resolución de problemas y con un estudiante carente de autonomía en su propio proceso de aprendizaje; a una matemática "*demostrativa*" con una primacía de problemas en cuyo esquema se requiere de la demostración y con un estudiante que se hace cargo y autorregula su propio proceso de aprendizaje. Es decir que en el paso de la Secundaria a la Universidad se producen lo que Piaget y García (1982) llaman obstáculos psicogénicos y que tienen que ver con el desarrollo y madurez intelectual de la persona, y que algunos estudiantes tendrán dificultad en superar.

La matemática demostrativa de la que habla Gascón (1977) aparece en la Universidad y requiere más allá de la demostración, de una acción muy necesaria para que el estudiante pueda realizar un efectivo curso de Matemática universitaria y es la justificación.

El concepto de obstáculo fue introducido por primera vez en 1938 por el filósofo francés Bachelard en el contexto de las ciencias experimentales y bajo la

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

denominación de obstáculo epistemológico. Señala el sentido en que este término debe entenderse ya que considera que debe hacerse un planteo del conocimiento científico en término de obstáculos. Este término no tiene que ver con obstáculos externos que se relacionan con la complejidad de un fenómeno cualquiera sino que es en el acto de conocer ese fenómeno donde surge una necesidad funcional, que puede ser obstaculizada por el entorpecimiento de la comprensión y la confusión que puede generarse en ciertas oportunidades. Y es precisamente en este punto donde se pueden mostrar las causas del truncamiento o involución o inercia para el acceso al conocimiento y que se denominarán obstáculos epistemológicos. (Bachelard, 1985)

El estudiante antes de comprender el desarrollo de una prueba matemática requiere de una acción elemental pero fundamental y consiste en la comprensión ya que necesita entender porqué una proposición en Matemática es verdadera o es falsa. Necesita sostener tal decisión y para ello requiere de la acción de justificar y la justificación requiere de la argumentación y la argumentación requiere del razonamiento. La Matemática en general, se basa precisamente en el raciocinio y la abstracción.

Según el Diccionario de la Real Academia Española (2001), la palabra argumentar significa aducir, alegar, poner argumentos. La palabra argumento significa: razonamiento que se emplea para probar o demostrar una proposición, o bien para convencer a alguien de aquello que se afirma o se niega. Mientras que la palabra razonamiento significa: Serie de conceptos encaminados a demostrar algo o a persuadir o mover a oyentes o lectores. Es importante tener en cuenta asimismo dos términos más que se asocian a justificación, argumentación y razonamiento: Explicación y su acción asociada. Nuevamente según el Diccionario de la Real Academia Española (2001), la palabra explicar significa: Llegar a comprender la razón de algo, darse cuenta de ello. Mientras que la palabra explicación significa: Declaración o exposición de cualquier materia, doctrina o texto con palabras claras o ejemplos, para que se haga más perceptible.

Cuando un estudiante debe justificar el valor de verdad de una proposición puede exponer la justificación de la elección del valor de verdad desde una simple explicación coloquial hasta una argumentación más sofisticada apoyada por conceptos teóricos. Lo primero es el ideal esperado, porque lo que el estudiante pueda comprender desde su propio lenguaje, significa que ha sido apropiado por este. También, y de acuerdo a lo expuesto precedentemente sobre el término explicación, puede ser adecuado que un estudiante presente un ejemplo de una proposición cuyo valor de verdad se quiere justificar. Pero ese ejemplo, no puede ser desprovisto de explicaciones que sustenten su presencia y su razón de ser frente a la necesidad de justificación.

Balacheff (2000) en su clasificación de los modos de demostrar que muestra un estudiante, encuadra como empirismo näif o ingenuo a la reacción que tiene este a la hora de probar la verdad de una proposición e inclusive justificarla mostrando algunos ejemplos elegidos en forma aleatoria, sin criterio. Este tipo de prueba está configurada dentro de las denominadas demostraciones pragmáticas. Es la forma más elemental

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

que puede presentar un aprendiz como sustento o prueba de la verdad de una proposición.

"*Verificar una proposición matemática verdadera es exhibir un ejemplo que compruebe para ese caso particular que la proposición se cumple*". (D´Andrea, Curia y Lavalle, 2012), Pero la exhibición de un ejemplo a través de la acción de verificar no siempre es el sustento suficiente para la justificación, ni la acción adecuada.

Un test piloto realizado en un grupo de ingresantes a Ingeniería, corrobora este desconocimiento. Se le propuso al grupo mencionado que en una tabla de doble entrada vincularan la significación de una serie de términos que hacen a la epistemología de la Ciencia Matemática. Resultó notable que la palabra ejemplo, de un uso tan cotidiano y habitual, fuera solamente reconocida en un 50% aproximadamente de la muestra analizada. (Sastre Vázquez y D´Andrea, 2011)

Los cursos universitarios de Matemática requieren del sustento de la teoría para realizar la práctica, hábito no desarrollado en el ciclo medio, donde según expresión textual del estudiante: 'Matemática es sentarse a hacer ejercicios'. Esta praxis, tan alejada del método matemático, persiste en la estructura mental del estudiante, aunque al ingresar a la Universidad se les muestre la forma que corresponde al desempeño que corresponde adoptar en un curso de Matemática universitario. Esto se refleja precisamente cuando se somete al estudiante a situaciones nuevas para validar e inclusive en muchas oportunidades cuando se les pide que demuestren una proposición cuya prueba fue expuesta por el docente en clase. Su reacción, pese a conocer ya cuál es el procedimiento adecuado, es volver a las fuentes, recurriendo a la exhibición de ejemplos, sin saber cómo escogerlos para que satisfagan una proposición. Esta actitud puede ser debida a que, aún cuando pueda parecer que los estudiantes conocen la prueba de una proposición matemática verdadera no axiomática, siguen sintiendo la necesidad de una verificación. (Vinner, 1983). Healy y Hoyles (2000) sostienen que los estudiantes necesitan realizar ensayos de verificación – inclusive después de realizada la demostración – porque precisamente, la demostración no los convence y la exhibición de ejemplos les refuerza la idea conceptual propugnada por la proposición demostrada. Más allá del hecho de que una prueba formal confiere validez general a un enunciado matemático, para confirmar esa validez, necesitan de controles posteriores (Fishbein, 1982).

La elección adecuada de ejemplos es una tarea que requiere reflexión y su práctica cotidiana contribuye a la construcción del razonamiento del estudiante. Wason y Mason (2005) establecen como definición de ejemplo, a un procedimiento a partir del cual el estudiante podría establecer una generalización y definen al proceso de

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

ejemplificación, como la representación de una categoría genérica con la que el estudiante necesita entrar en contacto para extraer un caso particular.

Lo que se postula a través de estas aproximaciones es precisamente establecer que el uso de ejemplos ayuda al estudiante a la generalización. Esta, permite la abstracción de situaciones concretas, constituyéndose en el puente para la construcción de argumentaciones. La elección adecuada de ejemplos y contraejemplos y la guía del docente en tal búsqueda en las instancias iniciales, constituiría un disparador para la producción de demostraciones.

Es decir, que el estudiante ingresante se encuentra en el estadio de proponer ejemplos a la hora de justificar, no tiene el hábito y por consecuencia la capacidad de poder sostener un aserto o una falsedad. El ejemplo a través de la acción de verificar es su instrumento para poder abordar el problema.

METODOLOGÍA

El trabajo de campo asociado a esta investigación se realizó en la Facultad de Química e Ingeniería "Fray Rogelio Bacon" de la PUCA: Pontificia Universidad Católica Argentina del Campus Rosario situada en Rosario, provincia de Santa Fe, Argentina. Se seleccionó un grupo de estudiantes de Ingeniería de dos especialidades: Ingeniería Industrial e Ingeniería Ambiental que aprobaron el curso de ingreso realizado durante el mes de octubre del año anterior al año de ingreso o durante el mes de febrero del año de ingreso del estudiante.

Se seleccionaron estudiantes con 18 años y en cada cohorte para el recorte se consideraron igual número de varones y de mujeres. El instrumento que permitió realizar el estudio que se proponía esta investigación consistió en una serie de ejercicios para los cuales cada estudiante debía determinar el valor de verdad de un grupo de proposiciones matemáticas, justificando en cada caso la elección del valor de verdad escogido para cada proposición. Las proposiciones propuestas eran funciones proposicionales cuantificadas existencialmente y universalmente.

Se propusieron dos funciones proposicionales cuantificadas existencialmente: una verdadera y otra falsa. Además, se consideraron dos funciones proposicionales cuantificadas a través del existencial único: una verdadera y otra falsa. Finalmente se consideraron dos funciones proposicionales cuantificadas universalmente: una verdadera y otra falsa. Se consideraron las proposiciones de esta forma, porque la justificación de la verdad o falsedad de los diferentes tipos comentados varía notablemente en el proceder y se pretende con esto conocer los diferentes tipos de justificación que puede mostrar un estudiante.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

Se escogieron funciones proposicionales de corte muy elemental y que no requirieran el conocimiento de estructuras conceptuales complejas ya que a lo que se apelaba a través de este instrumento era conocer un procedimiento estrictamente epistemológico propio de la Matemática: la justificación como sostén de la verdad o la falsedad de una proposición.

A cada estudiante se le entregó una hoja con estructuras conceptuales de Álgebra Elemental estudiadas durante el ciclo medio con el fin de que los estudiantes contaran con material teórico que pudieran requerir para las justificaciones, evitándose de esta forma que el objetivo buscado interfiriera con cuestiones de memoria. El trabajo experimental descripto precedentemente se realizó durante los cuatro años consecutivos en el mes de marzo, durante la primera semana del comienzo de clases del primer cuatrimestre del primer año de la carrera de Ingeniería escogida por el estudiante.

Cabe destacar que se hizo una lectura en voz alta de cada proposición para evitar que se interfieran en el objetivo de esta investigación cuestiones de desconocimiento del lenguaje. De esta forma la lectura oral en el momento de la experiencia permitió que los estudiantes pudieran preguntar o repreguntar frente al desconocimiento de algún símbolo. A continuación se detalla el instrumento que se utilizó para medir la capacidad de justificación de los estudiantes ingresantes y que consistió en los ejercicios siguientes.

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar el porqué del valor de verdad escogido en cada caso, sosteniendo el mismo a través de una explicación coloquial y/o sustento teórico asociado a la proposición analizada.

$1. \exists x \in R/(x-1).(x-2).(x-4)=0;$

$2. \forall x \in R: |x|<0;$

$Dados\ A=\{2,3,4,5\}; C=\left\{2.\sqrt{3},4,5,-7,-\sqrt{3}\,,0\right\}$

$3. \exists x \in A/x+3=10;$

$4. \exists!\, x \in R/x^3-3=1;$

$5. \exists!\, x \in C/x^2-2=1;$

$6. \forall x \in A: x+3<10$

ACCIONES ESPERADAS DE CADA EJERCICIO

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

EJERCICIO 1

La idea de este ejercicio fue observar como intuitivamente el estudiante reacciona frente a una proposición cuantificada existencialmente verdadera, para lo cual se tuvieron en cuenta las siguientes cuestiones:

1) Como el estudiante evaluaba el valor de verdad de la proposición.

2) De que forma el estudiante justificaba su elección.

Si bien el estudiante al momento de realizar estos ejercicios desconocía cuestiones de Lógica simbólica, se apela a la noción de recuento discreto, que implícitamente le permite una noción implícita de cuantificación y que se desarrolla entre los estadios del final del período preoperacional y el comienzo de las operaciones concretas según Piaget (1981). Cabe destacar que por sobre cualquier otra cuestión se esperaba que el estudiante por la simple lectura de la proposición pudiera justificar la elección de un valor cualesquiera que satisfaga la proposición.

EJERCICIO 2

La idea de este ejercicio fue ver cómo intuitivamente el estudiante reaccionaba frente a una proposición cuantificada universalmente con valor de verdad falso. El objetivo de este ejercicio fue ver cómo evaluaba su valor de verdad, y luego cómo justificaba la elección de ese valor de verdad. Si bien el estudiante que está realizando estos ejercicios desconoce cuestiones de Lógica simbólica, como se ha manifestado en el análisis de lo esperado en el ejercicio anterior, en este caso se espera que el estudiante pueda probar la falsedad de la proposición utilizando un contraejemplo, o bien que justifique a través de la definición de valor absoluto o apele a la interpretación geométrica de la definición mencionada. Aquí puede entrar en juego la visualización en el último caso, o la mera justificación conceptual en el caso de apelar directamente a la definición.

EJERCICIO 3

La proposición dada en este caso es falsa y se espera, entre otras tantas acciones, que el estudiante pueda ver que probando con todos los elementos del conjunto A, se justifica la falsedad de una función proposicional cuantificada existencialmente. Asimismo, el estudiante podría resolver la ecuación establecida como función

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

proposicional asociada al cuantificador existencial y ver que ese elemento no pertenece al conjunto A.

EJERCICIO 4

La proposición dada en este caso alude a un cuantificador existencial único que en este caso es verdadero y donde se espera del estudiante que presente el único caso que satisface la proposición. Es esencialmente la única forma de justificar el valor de verdad, encontrando el único valor que la hace verdadera. Para el logro de este objetivo, el estudiante deberá resolver la ecuación asociada al cuantificador para encontrar ese tal valor.

EJERCICIO 5

La proposición dada en este caso alude nuevamente al tipo de cuantificador presentado en el ejercicio 4. En este caso particular el valor de verdad de la proposición es falso. Se espera que el estudiante pueda justificarlo, entre otras formas, viendo que en el universal hay más de un valor que satisface la función proposicional asociada al cuantificador. Otra postura que se puede esperar del estudiante es que este resuelva la ecuación asociada al cuantificador y vea que la misma tiene dos soluciones, por ende, no existe un único valor tal como propugna la proposición, por lo que su valor de verdad resulta falso.

EJERCICIO 6

La proposición dada en este caso es verdadera y se espera que el estudiante pueda justificarla viendo que se requiere o bien chequear uno por uno con los elementos del conjunto A o bien resolver la desigualdad asociada al cuantificador universal y observar que esta es satisfecha por todos los elementos del conjunto A.

RESULTADOS

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

Los resultados que se muestran a continuación para cada ejercicio y en cada categoría establecida son un promedio de los resultados obtenidos para cada una y cada ejercicio en cada cohorte.

EJERCICIO 1

En general, los estudiantes que pudieron determinar el valor de verdad de la proposición, no necesariamente justificaron ni siquiera desde una simple explicación. En pocos casos, los estudiantes que justificaron la verdad de la proposición lo hicieron exhibiendo desde uno a varios ejemplos que satisfacían la proposición. Esta actitud no puede tomarse como una justificación de corte válido, porque este accionar se repitió en otros casos de forma idéntica.

Los resultados obtenidos se pueden categorizar del modo siguiente, cuyos porcentajes aproximados se detallan a continuación, de acuerdo al tipo de actitud asumida por los estudiantes en cada caso. Los resultados son un promedio de las cuatro cohortes estudiadas.

1) El 29% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente sin justificar.

2) El 31% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de un ejemplo elegido al azar.

3) El 11% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de la exhibición de varios ejemplos elegidos al azar.

4) El 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una apropiada explicación coloquial.

5) El 7% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente justificando con una apropiada explicación coloquial y la exhibición de un ejemplo.

6) El 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial.

7) El 6% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificar.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

8) El 3% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada con una contradictoria justificación coloquial.

EJERCICIO 2

Los estudiantes que en este ejercicio pudieron determinar adecuadamente el valor de verdad de la proposición dada no necesariamente todos pudieron justificarlo y cuando lo hicieron fueron en pocos casos. Lo hicieron a través de la interpretación geométrica del concepto de valor absoluto o la exhibición de un contraejemplo, sin conocer conscientemente que de esto se trata y en otros casos por la utilización de la definición de valor absoluto y la propiedad fundamental, consecuencia de la definición.

Es de destacar que muchos de los estudiantes que justificaron el valor de verdad escogido para la proposición, propusieron varios valores reales que no satisfacían la función proposicional asociada al cuantificador. Esta reacción se vuelve a repetir y es similar a la planteada en el primer ejercicio. No puede considerarse un índice de que el estudiante sabe lo que está haciendo, ya que cuando se manifiesta esta actitud, siempre reacciona de la misma manera sea verdadera o falsa la proposición.

Los resultados obtenidos se pueden categorizar del modo siguiente, cuyos porcentajes aproximados se detallan a continuación, de acuerdo al tipo de actitud asumida por los estudiantes en cada caso. Los resultados son un promedio de las cuatro cohortes estudiadas.

1) El 27% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente sin justificar ni exhibir un ejemplo.

2) El 25% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de un ejemplo elegido al azar que no satisfacía la función proposicional asociada al cuantificador universal.

3) El 15% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de varios ejemplos elegidos al azar que no satisfacían la función proposicional asociada al cuantificador universal.

4) El 5% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una adecuada explicación coloquial, apoyada en la estructura conceptual implícita en la proposición dada.

5) El 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

6) El 5% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente con una explicación coloquial y un caso que no satisfacía la función proposicional asociada al cuantificador universal.

7) El 7% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente con una justificación sustentada en la estructura conceptual implícita en la proposición.

8) El 8% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente con una justificación sustentada en la interpretación geométrica de la estructura conceptual implícita en la proposición.

9) El 5% de los estudiantes determinó erróneamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificación.

EJERCICIO 3

Los estudiantes que pudieron determinar el valor de verdad de la función proposicional dada, en muy pocos casos justificaron tal elección. Muy pocos de los que justificaron lo hicieron adecuadamente y en algún caso aislado presentaron la propuesta de resolver la ecuación planteada y ver que ese valor no pertenece al universal. Aisladamente algunos estudiantes justificaron que la proposición es falsa aludiendo a que la proposición no se cumple para ninguno de los elementos de A pero no ratificaron esto a través de algún cálculo asociado.

Es de destacar que muchos de los estudiantes que justificaron el valor de verdad escogido para la proposición, propusieron varios valores del conjunto A (no todos) que no satisfacían la función proposicional asociada al cuantificador. Volvió a repetirse la mecánica de los dos primeros ejercicios, exhibir ejemplos que satisfacen o no a la función proposicional asociada al cuantificador.

Los resultados obtenidos se pueden categorizar del modo siguiente, cuyos porcentajes aproximados se detallan a continuación, de acuerdo al tipo de actitud asumida por los estudiantes en cada caso. Los resultados son un promedio de las cuatro cohortes estudiadas.

1) El 28% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente sin justificar.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

2) El 11% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de un ejemplo elegido al azar, no escogido del conjunto A.

3) El 13% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de un ejemplo elegido del conjunto A.

4) El 13% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de la exhibición de varios ejemplos elegidos al azar, no escogidos del conjunto A.

5) El 12% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada y justificó a través de la exhibición de varios ejemplos elegidos del conjunto A.

6) El 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial.

7) El 7% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente con justificación coloquial y un ejemplo escogido del conjunto A.

8) El 5% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente resolviendo la ecuación asociada al cuantificador existencial y viendo que ese elemento no pertenecia al conjunto A.

9) El 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó evaluando la función proposicional asociada al cuantificador existencial para todos los elementos del conjunto A.

10) El 2% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificación ni la exhibición de un ejemplo.

11) El 3% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada con una justificación coloquial inconexa.

EJERCICIO 4

Los estudiantes, que en general pudieron determinar el valor de verdad como en los ejercicios anteriores no justificaron. En los pocos casos que lo hicieron en los cuatro años consecutivos, se tomaron el trabajo de resolver la ecuación y encontrar tal valor. Algún caso aislado postuló falsa a la proposición exhibiendo un valor que no la satisfacía. Es de destacar que en ciertos casos que procedieron del modo esperado, tuvieron dificultades para la resolución de la ecuación, lo que muestra anexado al problema epistemológico implícito, otro que revela un obstáculo de tipo cognitivo. Este tipo de obstáculos no es objeto de estudio de esta investigación pero influye en el

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

resultado final, por lo menos en este caso, aunque el proceso mostrado por el estudiante muestra claridad en la cuestión epistemológica desde la intuición y no la formalidad, independientemente del cálculo.

Es de destacar que muchos de los estudiantes que justificaron el valor de verdad escogido para la proposición, propusieron varios valores reales que no satisfacían la función proposicional asociada al cuantificador, no teniendo en cuenta lo enunciado por la proposición. Nuevamente se repite lo realizado por algunos casos como en los ejercicios anteriores, pero esta vez más agudizado porque el proceder es inconexo acorde con lo postulado con el cuantificador.

Los resultados obtenidos se pueden categorizar del modo siguiente, cuyos porcentajes aproximados se detallan a continuación, de acuerdo al tipo de actitud asumida por los estudiantes en cada caso. Los resultados son un promedio de las cuatro cohortes estudiadas.

1) El 45% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente sin justificar.

2) El 12% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente, y justificando a través de la resolución de la ecuación implícita en la función proposicional asociada al cuantificador existencial único. Mostraron que existía en efecto un único valor que satisfacía la proposición.

3) El 18% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente, y justificando a través de la resolución de la ecuación implícita en la función proposicional asociada al cuantificador existencial único. Cabe destacar que la resolución de la ecuación fue realizada de forma errónea, pero la intención epistemológica fue lograda ya que el efecto buscado lo lograron mostrando que un único valor satisfacía la proposición.

4) El 3% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial.

5) El 12% de los estudiantes determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición pero propusieron varios ejemplos arbitrarios que no satisfacían la proposición contradiciendo el valor de verdad postulado.

6) El 10% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición presentando un caso que no satisfacía a la función proposicional asociada al cuantificador, no teniendo en cuenta lo postulado por tal cuantificador.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

EJERCICIO 5

Los estudiantes que en general pudieron determinar el valor de verdad de la función proposicional dada, pero del mismo modo que en los ejercicios precedentes o lo justificaron inadecuadamente o no lo hicieron y en muy pocos casos actuaron de acuerdo a como se esperaba. De los pocos que justificaron adecuadamente, lo hicieron de algunas de las dos formas descriptas que se describieron precedentemente.

Es de destacar que muchos de los estudiantes que justificaron el valor de verdad escogido para la proposición, propusieron varios valores del conjunto C que no satisfacían a la función proposicional asociada al cuantificador, haciendo caso omiso a lo establecido y enunciado por la proposición. Nuevamente vuelven a repetirse las mismas actitudes en los ejercicios anteriores, particularmente en este caso lo comentado hacia el final de lo esperado en el ejercicio anterior.

Los resultados obtenidos se pueden categorizar del modo siguiente, cuyos porcentajes aproximados se detallan a continuación, de acuerdo al tipo de actitud asumida por los estudiantes en cada caso. Los resultados son un promedio de las cuatro cohortes estudiadas.

1) El 45% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente sin justificar.

2) El 12% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente, justificando a través de la resolución de la ecuación implícita en la función proposicional asociada al cuantificador existencial único. Mostraron que existía más de un valor en C.

3) El 12% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente, justificando a través de la resolución de la ecuación implícita en la función proposicional asociada al cuantificador existencial único. Mostraron que la ecuación tenía dos soluciones y esto era suficiente para sostener la falsedad de la proposición sea cual sea el universal.

4) El 6% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial.

5) El 12% de los estudiantes determinó adecuadamente el valor de verdad de la proposición pero propusieron varios ejemplos arbitrarios que no satisfacían la proposición contradiciendo el valor de verdad postulado.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

6) El 13% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición sin justificar.

EJERCICIO 6

Los estudiantes que determinaron el valor de verdad de la proposición, no necesariamente lo sostuvieron. Quiénes así lo hicieron, procedieron de alguno de los modos siguientes: resolviendo la desigualdad y viendo que todos los valores del conjunto A satisfacían la condición establecida por la nueva desigualdad obtenida; también chequeando uno por uno los valores del conjunto A y viendo que satisfacían la desigualdad; otros vieron que el mayor valor del conjunto A aumentado en tres unidades resultaba estrictamente menor que 10, y si este valor satisfacía, satisfacían los restantes que son menores que el mayor valor. Explicaron esto último de forma coloquial pero de manera confusa y hasta ambigua.

Es de destacar que muchos de los estudiantes que justificaron el valor de verdad escogido para la proposición, propusieron varios valores del conjunto A que satisfacían la función proposicional asociada al cuantificador, pero no necesariamente la totalidad de los elementos de A. Este procedimiento vuelve a repetirse ostensiblemente como en los ejercicios anteriores.

Los resultados obtenidos se pueden categorizar del modo siguiente, cuyos porcentajes aproximados se detallan a continuación, de acuerdo al tipo de actitud asumida por los estudiantes en cada caso. Los resultados son un promedio de las cuatro cohortes estudiadas.

1) El 31% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente de la proposición dada sin justificar.

2) El 21% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó resolviendo la desigualdad asociada al cuantificador y viendo que todos los valores del conjunto A satisfacían la condición establecida por la nueva desigualdad obtenida.

3) El 16% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó chequeando uno por uno los valores del conjunto A y viendo que satisfacían la desigualdad asociada al cuantificador.

4) El 12% de los estudiantes determinó el valor de verdad adecuadamente y justificó con algunos ejemplos del conjunto A (pero no todos).

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

5) El 8% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente justificando coloquialmente de manera apropiada.

6) El 6% de los estudiantes determinó el valor de verdad de la proposición dada adecuadamente y justificó a través de una inapropiada explicación coloquial.

7) El 6% de los estudiantes determinó inadecuadamente el valor de verdad de la proposición dada sin justificación.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos de la investigación muestran claramente que un importante porcentaje de los estudiantes que realizaron los ejercicios pudieron determinar el valor de verdad pero no pudieron sostenerlo. Hubo pocos estudiantes que determinaron inadecuadamente el valor de verdad de cada proposición. Y en cada ejercicio se generaron varias categorizaciones para la presentación de los resultados, de acuerdo a los diferentes casos que fueron exhibidos dependiendo de los diferentes tipos de justificaciones presentados. Estos resultados, producto de un estudio realizado durante cuatro años con un recorte de la población total de una facultad de ingeniería, hacen suponer que el estudiante universitario ingresante a Ingeniería no se desempeña adecuadamente para la tarea de la justificación.

En general, resulta que cuando los estudiantes deben validar o justificar el valor de verdad de una proposición lo hacen realizando verificaciones aleatorias para algunos casos particulares. Actúan exploratoriamente y sin criterio formado, considerando tal procedimiento como suficiente para el establecimiento de la verdad de una proposición matemática. Esto denota dos cuestiones epistemológicas importantes. Por un lado, la confusión del estudiante frente a las acciones de justificar y verificar. Por otro lado, el desempeño en las actividades de realizar verificaciones y justificaciones, que no son llevadas a cabo adecuadamente. El estudiante considera que a través de la verificación está justificando, y no siempre esto es suficiente para satisfacer tal requisito.

¿Serán conocidos ambos términos por el estudiante?. Y en tal caso, ¿Se comprenderán estos términos en el contexto epistemológico de la Ciencia Matemática, por lo menos de forma primitiva?

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

La supresión de desarrollos teóricos en el ciclo medio ha limitado la cursada en este estadio, llevando a que el proceso de maduración intelectual se retrase, de modo que el ingresante universitario, se encuentra con un universo diferente al del ciclo medio.

Si se observan detenidamente los resultados obtenidos en cada ejercicio, se puede detectar una constante que se repite ostensiblemente en todos. El estudiante exhibe ejemplos como justificación sea cual sea el cuantificador. Ellos desconocen lógica simbólica, pero si apelan a la intuición, a lo que dice el cuantificador (cuestión que fue cuidada, haciendo lectura en voz alta de las proposiciones) y la lectura comprensiva, el estudiante debería proceder adecuadamente. Algunos lo consiguieron, pero si bien todos tenían la misma edad, la maduración intelectual puede tener variaciones entre los ingresantes según los intereses y las inquietudes personales, e inclusive la preocupación y compromiso direccionado al curso de ingreso a la Universidad.

Con respecto a la lectura comprensiva, aquí nos encontramos con un ítem álgido en los estudiantes universitarios actuales en general. Sastre Vázquez et al (2008) clarifican esta cuestión cuando postulan que "u*na parte importante de las dificultades de los alumnos ante la resolución de problemas se debe a no poder dar 'el primer paso', el que consideramos básico y fundamental, que es la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual deberá construirse la posterior resolución, que también puede presentar problemas, pero de otro tipo.*" (p.8.)

Algunos de los estudiantes que pudieron justificar adecuadamente, sabemos de su desconocimiento sobre lógica simbólica y más allá de inquietudes personales y compromiso con el curso de ingreso, se presume que la lectura comprensiva de las proposiciones fue determinante para la conveniente acción en el momento de justificar.

Otra cuestión relevante sobre los resultados, es que en los ejercicios 1; 2; 3; 6, el porcentaje de estudiantes que determinaron adecuadamente el valor de verdad y no pudieron justificar fue similar y constituyó algo más de un cuarto del recorte de la población considerada. Mientras que en los ejercicios 4 y 5 casi la mitad de la muestra considerada determinó convenientemente el valor de verdad sin justificar. El estudiante conoce los cuantificadores universal y existencial, pero no su funcionamiento. Podríamos decir que su conocimiento pasa por la visualización del símbolo. La presencia del cuantificador existencial único, que no es demasiado 'popular y conocido' puede haber 'bloqueado' al estudiante y este se limitó a determinar el valor de verdad y no intentar otro tipo de acción. Esto es muy típico del estudiante, frente a situaciones nuevas, se repliega y no puede dar "*el primer paso*" (Sastre Vázquez et al, 2005).

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

Si se piensa entonces en enseñar Matemática, debe respetarse la esencia de su método y por ende es esencial favorecer y estimular la etapa de validación matemática, lo que inicialmente se estructura sobre la base de la justificación y la verificación. Esta etapa de validación debe ser integrada a la práctica cotidiana, sin constituirse en un compartimiento estanco, lo que es muy común y coloca consecuentemente al estudiante frente a un clásico binomio antagónico: teoría – práctica.

En general, el educando tiende a proceder con cierto recelo a la hora de acceder a la teoría en Matemática. Esta cuestión se agudiza día a día y el proceso de análisis y de formación de valores se ve reemplazado por la necesidad de incorporar satisfacciones y retribuciones de tipo instantáneo de modo que la epistemología de la Ciencia Matemática tiende a desaparecer en el proceso de *transposición didáctica* (Chevallard, 1998) a través de un desarrollo débil de validación, carente de significado o directamente su ausencia; remitiendo al estudiante a un tipo de pensamiento intuitivo, prelógico, dotado de cierto realismo mágico, propio del estadio de inteligencia de un niño de siete u ocho años.

De acuerdo con las investigaciones de Piaget (1979), las conexiones matemáticas son engendradas por la actividad de la inteligencia, entendiéndose que el nivel de desarrollo psicológico de los estudiantes sea muy importante a la hora de plantearse tanto los contenidos como el enfoque y profundidad con que deben enseñarse los mismos.

Pero a la hora del diseño de tales contenidos, debe tenerse en cuenta que los mismos están fijados como “contenidos mínimos” bajo los estándares de diferentes entidades en Argentina: FODEQUI para las Carreras de Química; CONFEDI para las Ingenierías; y CONEAU como ente acreditador de las Carreras universitarias de grado y posgrado. En otros países serán entidades de carácter similar. Independientemente de que entidad se trate, puede ocurrir que en muchas oportunidades los estándares fijados por las mismas no coinciden exactamente con el desarrollo psicológico del grupo de estudiantes y sin embargo deben ser inexorablemente cumplidos.

El salto entre el ciclo medio y la Universidad es muy grande en la actualidad, lo que le significa al estudiante un esfuerzo muy grande de superación y maduración de estructuras del ciclo medio no asimiladas suficientemente y la adquisición de las nuevas estructuras conceptuales de los cursos tradicionales de Cálculo y Álgebra, propios de estudiantes de Ciencias Naturales e Ingenierías, generando una fuerte dificultad adaptativa en no pocos casos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACHELARD, G. (1985). *La formación del espíritu científico*. México: Siglo Veintiuno.

.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

BALACHEFF, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas.* Bogotá: Una empresa docente. Universidad de Los Andes.

D´ANDREA, R.E., CURIA, L., LAVALLE, A. (2012). *Razonamiento deductivo y validación en estudiantes universitarios.* Alemania: Editorial Académica Española.

CHEVALLARD,Y. (1998). *La transposición didáctica*. Buenos Aires: AIQUE.

DICCIONARIO DE LA REAL ACADEMIA ESPAÑOLA (2001). Edición online. **http://www.rae.es/**

FISCHBEIN, E. (1982). Intuition and proof. *For the Learning of Mathematics. 3(2),* 9 – 24.

HEALY, L. y HOYLES, C. (2000). A study of proof Conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education. 31(4),* 396 – 428.

KIDRON, I.; DREYFUS, T. (2010). Justification enlightenment and combining constructions of knowledge. *Educ Stud Math, (74),* 75–93.

GASCÓN PÉREZ, J. (1997). Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad. Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas,(26),11 – 22.

PARRA, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas. *Revista Educación Matemática*, *2 (3),* 22 – 31.

PIAGET, J. y GARCÍA R. (1982). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia*. México: Siglo XXI.

PIAGET, J. (1981). *La teoría de Piaget*. En: Infancia y Aprendizaje, Monografías 2: "Piaget". Gedisa: Barcelona.

PIAGET, J. (1979). *El mecanismo del desarrollo mental*. Madrid: Editora Nacional.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150

SASTRE VÁZQUEZ, P. & D´ANDREA, R.E. (2011). Análisis del lenguaje matemático en estudiantes ingresantes a Carreras de Ingeniería. En: Borsa, E., Irassar, L., Pavioni, O. (Comp.). *Anales XVI EMCI (Enseñanza de la Matemática en Carreras de Ingeniería) Nacional y VIII Internacional.* Olavarría: UNICEN. Sede Olavarría.

SASTRE VÁZQUEZ, P.; BOUBÉE, C.; REY, G. y DELORENZI, O. (2008). La comprensión: proceso lingüístico y matemático. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.) *Revista Iberoamericana de Educación. (46),* 8 – 15.

SASTRE VÁZQUEZ, P., BOUBÉE, C., & REY, A. M. (2005). Dificultades en la resolución de problemas del alumno ingresante a Ingeniería Agronómica. *Acta Latinoamericana de Matemátcia Educativa, (19)*, 207 – 212

SEGURA, M. & CHACÓN, I. (1996). Competitividad en la educación superior. *Umbral, 11(5)*, 29-37.

VINNER, S. (1983). The notion of proof some aspects of students' views at the senior high level. En: R. Hershkowitz, ed. *Proceedings of the 7th Conference of the Psychology of Mathematics Education.* pp. 289 – 294.

WASON, A. y MASON, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: learners generating examples*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, publishers.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1150