CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN
BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO
BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

Formación docente en la virtualidad: construcción de conocimiento matemático y comunidades de aprendizaje

BORSANI, V; CICALA, R; DUARTE, B

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

Formación docente en la virtualidad: construcción de conocimiento matemático y comunidades de aprendizaje

Valeria Borsani, Rosa Cicala, Betina Duarte
UNIPE
valeborsani@yahoo.com.ar, rosa.cicala@gmail.com,
betina.duarte@ba.unipe.edu.ar

RESUMEN

En este artículo se reflexiona sobre la utilización de dos herramientas del e-learning: *foros de debate* y *wikis*, en el contexto de una formación de posgrado para profesores de matemática en ejercicio. Para ello se han elegido marcos teóricos desarrollados en la Didáctica de la Matemática y en la Educación a Distancia. Las zonas matemáticas de esta experiencia son el algoritmo de la división y el estudio de funciones polinómicas.

A través de los foros y wikis se analizan las intervenciones de estudiantes y docentes a la luz de los aportes de la teoría de la indagación, con el fin de identificar y reconocer la importancia de las presencias cognitiva, docente y social.

Desde la Didáctica de la Matemática se concibe el aula como un espacio donde la voz de los alumnos es tomada por el docente para problematizar la enseñanza. Se convoca a los profesores-estudiantes -a partir de su propia producción- a reflexionar sobre aspectos de la actividad matemática: formas de validar, la utilización del lenguaje algebraico y la lectura de información en representaciones gráficas. Se busca sostener un trabajo sobre fases de exploración y elaboración de conjeturas que permita identificar, formular y validar relaciones-propiedades matemáticas vinculadas a la tarea o problema en cuestión. Este trabajo es constitutivo del hacer matemático y abre otros posibles frente a la idea muchas veces asumida de la matemática como conjunto acabado de saberes.

Desde este enfoque surgen preguntas para el escenario virtual y su entramado con el escenario presencial: ¿qué características de las actividades favorecen que la producción matemática de los profesores-estudiantes siga estando en primer plano? ¿qué diseño para las interacciones puede potenciar esta producción matemática en una instancia no presencial?

El estudio desarrollado muestra que las wikis y los foros dan oportunidades para recuperar la palabra del otro y ponerla en diálogo con la propia producción matemática. Es decir, también en la virtualidad el qué y el cómo quedan imbricados en el sentido de la tarea de enseñanza propuesta.

INTRODUCCIÓN

En este artículo exponemos algunas reflexiones que surgen al repensar los escenarios de enseñanza integrando la virtualidad. En particular, nos referiremos a experiencias con foros virtuales y wikis, herramientas que dan apertura para generar situaciones donde se privilegia “pensar con otros”.

Nuestras reflexiones están enmarcadas en el desarrollo de una experiencia realizada en la Universidad Pedagógica de la Provincia de Buenos Aires (UNIPE), en la carrera

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

Especialización en la Enseñanza de la Matemática para la Escuela Secundaria (EEMES), con modalidad semipresencial[1].

La EEMES concibe al profesor-estudiante como productor de conocimiento matemático-didáctico y asume la intención de aportar a la transformación de la enseñanza en la escuela secundaria instalando un espacio de discusión colectiva que involucre diferentes planos de esta problemática en el área de matemática. En el conjunto de seminarios disciplinares se plantea un estudio desde una perspectiva didáctico-matemática: es decir, se entraman problemas matemáticos definidos para el estudio de los profesores de los que se derivan problemas didácticos de enseñanza de temas afines propios de la escuela secundaria.

Este objetivo de trabajo tiene sintonía con el propósito que la UNIPE sostiene para todos sus trayectos de formación de alojar el aula de los docentes como escenarios para la indagación y la reflexión.

El Laboratorio de investigación y Formación en Nuevas Tecnologías Informáticas Aplicadas a la Educación (LabTIC) de la UNIPE es una parte importante de la instrumentación del Proyecto Institucional de la Universidad, dado que consiste en un espacio académico que promueve y coordina el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en los espacios curriculares de las carreras de la UNIPE.

Lejos de adherir a un discurso que ubica a las TIC como solución de problemas educativos, consideramos que una aproximación crítica nos ayuda a pensar una integración genuina a un proyecto de enseñanza reflexionando acerca de lo complejo y distintivo de ese proceso de integración.

En este artículo compartimos hallazgos e interrogantes que surgieron al reflexionar acerca de nuestras propias prácticas, entendiendo que pueden resultar un aporte interesante para quienes deseen transitar experiencias similares, ajustándolas a su propio contexto..

[1]La organización de la cursada se plantea con encuentros presenciales quincenales (viernes y sábado de por medio, de 13 horas totales de estudio) y una componente virtual. La actividad virtual representa el 25% del tiempo de cursada y su gestión se realiza a través de un aula virtual cuyo marco institucional se propone en el modelo semipresencial en la UNIPE. Desde el Laboratorio de investigación y formación en nuevas tecnologías informáticas aplicadas a la educación (LabTIC) de la UNIPE se realizaron una serie de acciones para promover un modelo híbrido imbricando la actividad presencial junto con la virtual.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

HACIA UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA VIRTUAL: MARCO REFERENCIAL

En la EEMES cada seminario es diseñado a partir de la estructuración de un conjunto de actividades que consideramos “relevantes” por su potencial para desplegar diferentes aspectos del hacer matemática: explorar casos o ejemplos primarios en alguna zona matemática, construir hipótesis, contornear condiciones de existencia de propiedades, instalar preguntas, entre otras actividades. Dicho diseño se apoya en la elección de algunos tipos de tareas que, desde nuestra concepción didáctica, promueven el proceso de aprendizaje.

A través de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TS), Brousseau (1986) plantea estudiar las condiciones que se precisan para que emerjan los conocimientos en el aula cuando se busca instalar un trabajo matemático en el que los alumnos se responsabilicen de la producción, la transformación y la validación de conocimientos.

En referencia a ello, la Teoría de Situaciones concibe situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización en las que se distinguen distintos tipos de interacciones y distintos actores: los alumnos, el docente y, entre ellos, la situación.

Las investigaciones que acompañaron la construcción de la teoría de Situaciones se desarrollaron en escuelas con docentes y alumnos en interacción presencial.

Por otro lado, Chevallard (1991) en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) problematiza como un asunto central las transformaciones que sufre el saber y nos alerta sobre la necesidad de desnaturalizar los diferentes modos en los que los saberes transcurren en las escuelas. Al cambiar las coordenadas espacio-temporales en el proceso de enseñanza de un determinado contenido matemático, nos enfrentamos a la necesidad de pensar transposiciones didácticas en estos nuevos escenarios. Por otro lado, uno de los aportes sustanciales de la TAD es redimensionar el peso y valor que tiene lo institucional, en las prácticas y en la construcción y reconstrucción de saberes. Para procesos de enseñanza en una modalidad semipresencial también el factor institucional resulta un elemento clave.

Ninguna de las dos teorías antes mencionadas fue pensada para escenarios virtuales.

Sin embargo, ambas teorías conforman un marco referencial al que recurrir para enriquecer la mirada de los problemas a los que nos enfrentamos al pensar en organizar una propuesta de enseñanza virtual, y para imaginar posibles soluciones. Es por ello que en este artículo proponemos retomar algunas de las conceptualizaciones de la TS y la TAD para ponerlas en diálogo con la Teoría de Comunidades de Indagación (TCI) de Garrison y Anderson (2005).

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

Estos autores proponen la conformación de comunidades de indagación como un dispositivo que permite a los estudiantes asumir la responsabilidad de su aprendizaje negociando significados, diagnosticando errores y poniendo en tela de juicio creencias aceptadas en un entorno virtual. Una comunidad de indagación se genera cuando profesores y estudiantes interactúan entre sí para facilitar, construir y validar la comprensión de saberes.

Según estos autores, la construcción del conocimiento se da en el marco de un proceso que entrama la reflexión personal junto con un trabajo colaborativo que se soporta y estructura sobre tres elementos básicos: la presencia cognitiva, la presencia social y la presencia docente. La comunidad de indagación se configura en el entramado que interrelaciona estos tres elementos en el escenario virtual.

La presencia cognitiva se evidencia a través de los aportes de los estudiantes; a través de sus reflexiones, las preguntas que formulan, las respuestas que ofrecen, las soluciones que plantean, las producciones que realizan, las conjeturas que formulan y la forma en que las validan, los argumentos esgrimidos, etc. Distinguen cuatro fases: 1° fase: primera aproximación con el evento o problema, 2° fase: exploración y expresión de ideas, 3° fase: integración y 4° fase: validación. Distinguir estas fases nos permite tener algunos indicios sobre la construcción de significados. Los autores señalan que "*no se trata de fases estáticas o inmutables sino que se ajustan, se trasponen, se invierten en la medida en que se alcanza o no la comprensión*". (Garrison y Anderson, 2005)

La presencia social se configura a partir de gestos que contribuyen a crear un clima de confianza y de apertura, para que los alumnos se comprometan y asuman la responsabilidad de su aprendizaje.

Considerando los aportes de Garrison y Anderson, el diseño del aula virtual (las formas de organizar los materiales, los espacios de comunicación que se eligen, la elección de los momentos para presentar los diferentes elementos que van configurando el aula, etc.) forma parte de la presencia docente. Sin embargo, bajo este término también se incluye las interacciones entre docente y estudiantes, y entre estudiantes entre sí, en relación a la propuesta de enseñanza.

Desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática, una función esencial del docente es "plantear problemas que emergen a partir de la producción específica de la clase, pero que él plantea teniendo como referencia a la actividad matemática. Exigir más precisión en las formulaciones de los alumnos, repreguntar, discutir e interpelar son cuestiones que forman parte de los intercambios con los alumnos." (Sadovsky, 2005a: 58-59)

Para la enseñanza de la matemática la presencia docente adquiere su especificidad al hacer posible y promover el despliegue de la actividad matemática.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

En la situación didáctica reconocemos dos tipos de interacciones: por un lado un alumno interactuando con un medio y por el otro un docente interactuando con el alumno a propósito de las interacciones que éste genera con un medio.

"El concepto de medio incluye […] tanto una problemática matemática inicial que el sujeto enfrenta, como un conjunto de relaciones –esencialmente matemáticas también- que se van modificando a medida que el sujeto produce conocimientos en el transcurso de la situación, transformando en consecuencia la realidad con la que interactúa." (Sadovsky, 2005b: 20)

La enseñanza en la modalidad semipresencial (atendiendo los diferentes alcances que pueden ir desde: uso restringido a un valor complementario a la enseñanza presencial o abordar la enseñanza en forma totalmente virtual) se caracteriza por un cambio en las coordenadas "espacio – tiempo".

Este cambio propicia- configura un nuevo escenario para las relaciones entre docente y alumno. Es así que Edith Litwin afirma que "el rasgo característico de la modalidad semipresencial consiste en la mediatización de las relaciones entre los docentes y los alumnos." (Litwin, 2000: 15).

Pensar en situaciones didácticas en la modalidad a distancia o situaciones didácticas virtuales, desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática, implicaría replantear la forma de mediatización de las relaciones entre los docentes y los alumnos a partir de la actividad matemática.

Como hemos señalado, las experiencias desarrolladas se dan en una modalidad semipresencial, por lo tanto, las reglas específicas en torno a la producción y despliegue de actividades matemáticas de los alumnos ya son parte de la construcción colectiva que se viene desarrollando en la presencialidad. A través de las actividades virtuales se esperaba dar continuidad a esas líneas de trabajo.

En este artículo reflexionaremos acerca de dos experiencias virtuales donde se promueven interacciones en torno a:

- el algoritmo de la división, en foros de debate.
- el estudio de funciones polinómicas, a través del uso de wikis

Al concebir la modalidad semipresencial en la línea que hemos presentado nos preguntamos ¿qué rol juega el aula virtual en el diseño de la situación didáctica[2]? Más

[2] Retomamos la definición de Guy Brousseau: "es una situación que describe el entorno didáctico del alumno, comprende todo aquello que concurre para enseñarle algo. En este

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

específicamente ¿en qué medida lo virtual modifica o condiciona los elementos propios de la situación didáctica?, ¿qué características de las actividades favorecen que la producción matemática de los profesores-estudiantes siga estando en el primer plano?, ¿qué diseño para las interacciones puede potenciar esta producción matemática en una instancia no presencial?, ¿cómo se gestionan producciones colaborativas virtuales en torno al despliegue de una actividad matemática?

A continuación relataremos brevemente ambas experiencias (de uso de foro de debate y de herramienta wiki) con el fin de ejemplificar los tipos de diálogos y las condiciones de contexto que posibilitaron interacciones –a nuestro entender- potentes para la enseñanza.

EL ESTUDIO DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN HACIENDO USO DE FOROS

La actividad de producción de cuentas de dividir con condiciones sobre parejas de distintos elementos del algoritmo (divisor y resto, dividendo y cociente, etc.) constituye una familia de problemas a partir de la cual, podemos estudiar el algoritmo de la división. Para ello propusimos una primera actividad –desarrollada en fase presencial - sobre condiciones para un divisor y un cociente específicos y alrededor de ellos la exploración del número de “cuentas” posibles (*Si el divisor es 19 y el cociente es 13, ¿existirán otros dos valores, Dividendo y resto, de forma tal que se cumpla la igualdad* $D = d.q + r$ *y la desigualdad* $0 \leq r < |d|$*?, ¿es única la solución?*) El cambio de roles que representa considerar estos dos valores intercambiados da condiciones para proponer un estudio de la relación “divisor–cociente”. (*Si ahora el divisor es 13 y el cociente es 19, ¿son las mismas soluciones?*) Por último, se planteó a los profesores-estudiantes formular condiciones para divisor y cociente que controlen el número de “cuentas” posibles (*¿Qué valores habría que poner al divisor y al cociente para que haya exactamente 15 soluciones?*)

Una cuestión que hemos abordado en cada etapa del diseño con el fin de estructurar nuestra propuesta señala el aporte de la presencialidad: ¿qué tipo de trabajo se configura en el escenario presencial a propósito de esta consigna? Las propuestas de los profesores-estudiantes ¿cómo se organizan en un escrito? La presencia del docente en clase ¿de qué modo contribuye a la organización de ideas? Sabemos por nuestra experiencia que un docente negocia significados con sus alumnos a propósito de una consigna a través de preguntas y comentarios que ocurren en el momento previo a lanzar la actividad. Por ello hemos considerado para esta experiencia que la

---

sentido, comprende al profesor, tanto si éste se manifiesta durante el desarrollo de la situación, como si no.” (Brousseau, G., 2000: 21)

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

presencialidad ofrece condiciones para aquello que Anderson llama la primera fase de la presencia cognitiva: *la aproximación inicial*. Al producir desarrollos del problema en forma presencial los profesores-estudiantes comienzan a compartir una forma de trabajo que es nuestra intención comunicar. Los gestos desarrollados en el contexto presencial se seguirán con otros en el contexto virtual pero no podemos prescindir de ellos ya que este seminario inaugura la formación y la comunidad de aprendizaje está aún en estado de desarrollo.

La segunda fase, *exploración y expresión de ideas*, se inauguró con los intercambios en la virtualidad apoyados en esta aproximación inicial. Sobre ella avanzamos hacia el escenario virtual a través de un problema que, apoyándose en el anterior, promueve un nuevo estudio: (*Vamos a estudiar el mismo problema cuando se dan ahora como datos Dividendo D y resto r. Les proponemos: a) Encontrar cuentas donde el dividendo sea 63 y el resto 3. ¿Cuántas hay?; b) Si es posible, dar valores a D y r para que el problema tenga una sola solución, ninguna solución e infinitas soluciones.)*

Vamos a centrar nuestro análisis en torno a la cuestión de la unicidad de la solución del problema recién planteado. Podemos decir, en términos generales que, considerando un valor de un resto que llamaremos “r” y un valor de un Dividendo que llamaremos D y habida cuenta de la existencia de cociente y divisor tales que *D=q.d+r* cumpliendo los requisitos del algoritmo, es decir 0<=r<|d| resulta posible siempre considerar –q y –d en el mismo algoritmo, es decir *D=(-q).(-d)+r*. Esto hace que siempre sea posible considerar una segunda solución al hallar una primera (no pueden ser simultáneamente cero ambos, único caso en el que se daría la misma solución).

La actividad de diseñó utilizando foros en los que participaban en forma exclusiva cada grupo de profesores-estudiantes convocados en el escenario presencial. Un tope de 5 participantes por grupo se decidió por dos motivos: por un lado viabilizar la producción grupal pedida en la actividad presencial, por el otro aligerar la lectura de los aportes individuales que se iba a organizar en el escenario virtual. A lo largo de toda la formación confirmamos que el ejercicio de la lectura de producciones de otros es de alto costo para los profesores y consideramos que el área de la matemática aporta una especificidad en relación con este tema.

Las respuestas de los grupos de profesores-estudiantes se pueden distinguir en tres tipos distintos. En el primer caso hay una fuerte apoyatura en un ejemplo que, para el campo de los Naturales, tienen una única solución y se muestra cómo se genera otra solución en Z (*No hay valores de* D *y* r *para los cuales exista una única solución en* $\mathbf{Z}$ *. Por ejemplo si* $D = \mathbf{1}$ *y* r *=0 los únicos valores posibles en* $\mathbf{N}$ *son* $c = \mathbf{1}$ *y* $d = \mathbf{1}$ *. Si ampliamos a* $\mathbf{Z}$ *, debemos considerar* $c = -\mathbf{1}$ *y* $d = -\mathbf{1}$ *, lo que serían dos soluciones*). Este uso de un ejemplo tan específico no permite descartar la existencia de otros casos en los que sí pudiera haber una única solución. En segundo lugar otros grupos comenzaron con un enunciado de mayor generalidad (*Si* $D > r$ *,*

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

con $D \neq 0$ *,* D *y* r *pertenecientes al conjunto de los números enteros, vamos a poder escribir* $D - r = d.q$ *, y esta ecuación* ***siempre tendrá solución****, más exactamente, tendrá como mínimo 2 soluciones, cuando* $D = 1$ *y* $r = 0$ *cuyas soluciones son el par* $d = 1$ *y* $q = 1$ *y también el par* $d = -1$ *y* $q = -1$) pero finalmente se apoyaron en un ejemplo del mismo tenor que el caso anterior para dar cuenta de la imposibilidad de una única solución.

Finalmente un tercer tipo de respuestas logró dar una condición genérica (*Para que el problema* ***tenga una única solución*** *sería necesario conseguir un dividendo que garantice que el producto entre el cociente y el divisor sea único. El valor del resto es algo que controlamos nosotros así que no va a variar).* Dentro de este grupo de respuestas una de ellas avanzó hacia una condición que, apelando a los números primos, permite generar una nueva familia de ejemplos aún cuando no llega a constituirse en una condición necesaria y suficiente (*Para que el problema* ***tenga una única solución*** *sería necesario que la diferencia entre el dividendo y el resto dé un número primo de modo tal que el divisor sea dicho número primo y el cociente sea 1*)

En relación con las argumentaciones que generan los tres grupos al estudiar la existencia de una única solución destacamos aquí dos cuestiones:

- Todos los grupos se apoyan implícitamente en una propiedad que no es enunciada: "Dados D y r propuestos como dividendo y resto de una división en Z, si existen d y q en el rol de divisor y cociente entonces también existen (-d) y (-q) en el mismo rol ya que: c.d=D-r entonces (-c)(-d)=D-r. y r<|d|=|-d|. Con lo cual siempre habrá dos soluciones." Todos los grupos hacen uso de esta conjetura para casos especiales sin enunciarla para un caso genérico. Es por esto que entendemos que las argumentaciones para sostener la existencia de al menos dos soluciones constituían validaciones en proceso.
- Las diferencias presentadas entre los grupos y la dificultad visible de tratar este caso desde una condición que supere la consideración de ejemplos y o contraejemplos dio lugar a un nuevo asunto a tratar en el foro.

Para avanzar hacia una posible formulación de una condición necesaria y suficiente, los docentes del equipo decidimos proponer una actividad que se centrase en el análisis riguroso de los ejemplos y condiciones parciales ya propuestos. Para poder compartir con otros sus propias producciones y expresarlas por escrito, los profesores-estudiantes tienen que llevar a cabo una tarea metacognitiva. En este sentido, los autores de la TCI ubican este proceso de metacognición como nexo entre el proceso de reflexión y de expresión de ideas. La nueva propuesta de estudio fue en este caso pensada para ser desarrollada en forma individual teniendo en cuenta las posibilidades escasas de interacción de los profesores que recién estaban poniéndose en contacto entre ellos (la presencia social se hace visible en esta instancia). Se propuso entonces una exploración guiada (*Pensar más casos, además de los propuestos por el grupo respectivo, en donde la cantidad de soluciones sean solo 2. Compartan los ejemplos que encontraron.*). Se pidió también apoyados en esta exploración la producción de

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

nuevas argumentaciones sobre la relación Dividendo-resto que da lugar a solo dos soluciones de modo de despejar la necesaria presencia de dos solucione en el campo de los enteros. (*Enuncien, si es posible, cuál o cuáles serían* ***otras condiciones sobre el D y el r*** *para que la búsqueda del d y c tenga solo dos soluciones.*). Finalmente se invitó a los profesores-estudiantes a generar una argumentación genérica para la imposibilidad de que haya una única solución (*Por último, ¿de qué modo podríamos construir una argumentación general que nos permita asegurar que no va a ser posible encontrar casos con una sola solución?*).

Es importante aclarar que para llegar a esta tercera actividad fue necesario poner en diálogo las producciones de los distintos grupos y comunicar los hallazgos. Fue tarea del equipo docente organizar un texto que retomara las producciones de los grupos haciendo evidente los tres tipos de producciones que hemos mencionado.

Nos interesa señalar que este texto permitió que los profesores-estudiantes se valieran de relaciones no producidas por sus respectivos grupos para generar más ejemplos y nuevas argumentaciones en forma individual.

EL ESTUDIO DE FUNCIONES POLINÓMICAS HACIENDO USO DE WIKIS

La experiencia de producción colaborativa en una wiki que se propuso a los profesores-estudiantes consistió en analizar y discutir sobre la posibilidad que un gráfico represente –o no- a una función polinómica de tercer grado. Se esperaba que, a partir del estudio en torno a la elección de gráficos compatibles con funciones cúbicas, los profesores- estudiantes caracterizaran algunos aspectos de este tipo de funciones.

La actividad de analizar gráficos de funciones para caracterizar un tipo de función, sin contar con la fórmula, resulta novedosa para muchos profesores en referencia a su formación. Pero además esta tarea suele estar también ausente en su práctica docente:

"*Estudiar cada uno de los gráficos, buscando razones para aceptarlo o descartarlo, es una tarea que comporta una complejidad diferente a la de confección de un gráfico, que clásicamente se resuelve en la escuela siguiendo el siguiente recorrido: fórmula de la función → confección de tabla de valores → marcado de puntos en un sistema de ejes cartesianos →dibujo de un gráfico aproximado uniendo los puntos.*" (Sessa et al, 2013: 15)

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

Para generar condiciones que permitan desplegar una actividad matemática en torno al estudio de funciones polinómicas se propusieron diez gráficos (ver Anexo) que, en su mayoría, comparten con las funciones cúbicas algunas características que los p/e podrían identificar a partir de sus conocimientos anteriores (cantidad de raíces o límites en el infinito, entre otras); pero a su vez, la diversidad de gráficos propuestos obligaba a poner en juego diferentes propiedades de las funciones cúbicas. Por ejemplo: la cantidad de raíces, no sería un argumento efectivo para descartar o elegir todos los gráficos.

Otra decisión de diseño fue presentar gráficos de funciones en las que era necesario poner en juego más de una noción acerca de las funciones cúbicas para proceder a elegir o rechazarlos. Es decir, identificar propiedades de a una, no alcanzaba para tomar la decisión.

En relación con este diseño, el equipo docente anticipó que los análisis de los profesores-estudiantes podían llegar a considerar como posibles varios de los gráficos presentados, incluso algunos que no representaran funciones polinómicas de tercer grado

En este sentido, se consideró que el aporte del “colectivo profesores participantes de la wiki”-la presencia cognitiva en términos de Garrison - haría factible la presentación de distintos argumentos (apoyados en distintas propiedades). Este diálogo de actores permitiría avanzar en la caracterización de los distintos gráficos y de la información que cada uno de ellos porta en relación con las funciones cúbicas. Queda pendiente todavía indicar bajo qué condiciones tal diálogo se haría presente. Retomaremos esta cuestión en breve.

Esta experiencia se desarrolló en paralelo a las clases presenciales en dos aspectos: por un lado no retomaba el producto de las wikis en el escenario presencial, por el otro las nociones a poner en juego en esta actividad no eran parte de ningún seminario de la formación. Contextualizamos diciendo que la wiki se desarrolló en uno de los últimos seminarios de la carrera, que a lo largo de la misma (en instancias presenciales y virtuales) se ha ido construyendo el valor (y la confianza) de la producción colectiva.

Para la organización de las interacciones armamos seis wikis con cinco profesores-estudiantes cada una. En el enunciado de la actividad (ver anexo) se explicitó una forma de participación: se propone que cada profesor-estudiante elija dos gráficos e

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

intervenga en la wiki con sus argumentos y análisis sobre ellos. En caso de que al momento de ingresar a la wiki, se encontrase con alguna intervención, se pidió que entrase en diálogo con dicha intervención ya fuera con una confrontación o con una pregunta o, por último con una amplificación

Esta organización promueve y hace posible dos cuestiones acerca de las interacciones en el espacio virtual que forman parte de nuestras intenciones con el fin de promover la comunidad de aprendizaje[3]:

- La participación de todos los profesores-estudiantes de la wiki, con una producción individual.

- La interacción con la producción de otros participantes (ya sea analizándola, discutiéndola o apropiándosela como herramienta para estudiar un gráfico no analizado).

Estos dos asuntos, también fueron pensados para favorecer y potenciar la producción colaborativa en el foro analizado anteriormente, pero en esa experiencia ambos asuntos estaban apoyados y sostenidos sobre el entramado de un trabajo grupal y presencial.

Vamos a considerar nuestro análisis en torno a algunas producciones que nos permiten analizar la potencia de los intercambios en términos de producción colectiva de conocimiento. En primer lugar podemos mencionar, en términos generales, que las producciones que inauguraron el estudio de cada uno de los gráficos consistieron básicamente en la enunciación de un conjunto de propiedades de las funciones cúbicas, acompañadas por una frase que decidía si el gráfico podía corresponder o no a tal familia de funciones (sin la correspondiente explicitación de las razones que subyacen a la decisión). En general, eran pocos los argumentos que acompañaban el listado de propiedades. Fue a partir de interactuar con producciones ajenas, que los análisis se fueron "afinando" y se fue profundizando el estudio.

El próximo intercambio de argumentos sobre el gráfico (1) da cuenta de esta cuestión:

Luego de enumerar una serie de propiedades del gráfico que son compatible con las funciones cúbicas (dominio, cantidad de raíces, continuidad) P. sostiene:

[3] El término "comunidad de aprendizaje" designa un grupo de personas que se implican en forma activa en procesos colaborativos de resolución de problemas para compartir sus experiencias y conocimientos. En este sentido, tienen fuertes similitudes con las "comunidades de práctica" utilizada por Wenger en 1998.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

…

5) Tiene un máximo y un mínimo relativo. Todas las funciones polinómicas de grado 3 tienen, a lo sumo, 2 extremos relativos.

6) Tiene un punto de inflexión (donde cambia la concavidad). Las funciones cúbicas tienen, a lo sumo, 1 punto de inflexión.

A continuación se dió el siguiente diálogo:

L: *P, cuando decís que una función cúbica puede tener a lo sumo 1 punto de inflexión habilitas la posibilidad de que no tenga ninguno ¿Cabe realmente esa posibilidad sin acotar el dominio? ¿Cuál sería un ejemplo de eso?*

P: *L, tenés razón. Al decir "a lo sumo" dejo esa posibilidad, pero no es posible. Tienen 1 punto de inflexión. Si nos ponemos a analizar cómo se calculan los puntos de inflexión, particularmente utilizando el criterio de la tercera derivada, se puede decir que siempre tendrá uno.*

…

La intervención de L. ayuda a P. a volver sobre sus palabras y precisar sus ideas. Así P. reformula su afirmación nº 6 y ofrece una demostración –correcta- que permite sostener la nueva formulación. (la demostración –correcta- se basó en la idea de estudiar los ceros de la función derivada)

Por otro lado, también a partir de la intervención de L. sobre el uso de "a lo sumo", P. cuestiona el argumento que ella propuso para la afirmación nº5. A partir de dicho:

P.: *Además, me dejaste pensando en mi 5° afirmación: "Tiene un máximo y un mínimo relativo. Todas las funciones polinómicas de grado 3 tienen, a lo sumo, 2 extremos relativos". Al decir "A LO SUMO 2 EXTREMOS RELATIVOS" doy la posibilidad de que tenga 2, 1 o ningún extremo. Ahora me pregunto ¿Puede tener sólo 1 extremo?*

L.: *P. muy buena tu observación! Me parece que no cabe la posibilidad de la solución única y lo analizo así: La derivada primera de una cúbica es una cuadrática. Necesito que tenga raíz única, entonces la parábola va a rebotar en el eje x. Si ocurre esto, al analizar las imágenes de los puntos laterales a la raíz nunca tendré cambio de signo y por lo tanto nunca tendré extremo relativo.*

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

L. retoma la nueva pregunta de P. y propone un argumento para afirmar la imposibilidad de un solo extremo relativo.

A lo largo de todo este episodio se pude ver cómo las interacciones entre diferentes producciones permiten, no sólo avanzar en la precisión de las formulaciones, sino también en la caracterización de funciones cúbicas que exceden el caso representado en el gráfico (1).

Estos intercambios dan cuenta una actividad conjunta para atribuir sentido a la noción punto de inflexión y de extremos relativos en una función cúbica. Las reflexiones, ayudas, preguntas de los mismos profesores-estudiantes son oportunidades de enseñanza para los demás. En términos de Anderson, "la presencia docente es delegada o asumida por estudiantes que contribuyen con sus habilidades y conocimientos al desarrollo de la comunidad de aprendizaje." (Anderson, 2004: 274)

También la interacción con la producción de otros, puede permitir que se encuentren nuevas ideas para expresar mejor una pregunta formulada al grupo. A partir del gráfico 9, un profesor comparte con su grupo de wiki una pregunta que no logra ser comprendida por sus compañeros y que él explicita no puede formular mejor (*¿Por qué importaría decir que es continua en todo su recorrido?*). A partir de la pequeña interacción entre L. y P. mencionada anteriormente, este profesor reformula su pregunta y logra respondérsela.

D: *Estuve pensando y me di cuenta de lo que quería expresar: para que pueda haber un máximo o un mínimo se tendrían que encontrar los valores de x para cuando la derivada da cero o no existe. Los valores en donde da cero ya los mencioné antes y, en realidad lo que tuve que haber dicho fue que la derivada es continua (y no la función) por ser un polinomio de grado 2, por lo tanto f ' (x) no tiene un valor de x para la cual no exista imagen, demostrando que las funciones polinómicas de grado 3 tienen, como máximo, 2 puntos extremos (sabiendo que sería imposible que tenga 1 sólo máximo, gracias a Patri y Luis, véase página 1*).

Los argumentos que se apoyaban en la presencia de raíces simples y múltiples fueron los más utilizados para descartar o aceptar un gráfico como compatible con el de una función cúbica. Sin embargo, las primeras relaciones explicitadas sobre el gráfico (4) se basaron en el estudio de la cantidad de extremos relativos (suficiente para descartarlo). El argumento sobre la cantidad/multiplicidad de las raíces no se hizo esperar y a partir de él se generó el siguiente intercambio:

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

E: me gustaría agregar, la gráfica muestra que tiene dos raíces reales, por lo que la tercer raíz debe ser compleja, y esto NO es POSIBLE, ya que las raíces complejas vienen dadas de a pares.

S: Yo veo una raíz real.

E: S., donde la gráfica da rebote es una raíz real doble, son dos raíces reales, si es una función polinómica de tercer grado nos falta una raíz, y lo que digo es que teniendo dos raíces reales la tercera también debe ser real, no puede ser compleja.

S: Yo cuando pienso en raíz estoy pensando en el valor de x cuando y=0, y es uno solo, cuando "rebota". Igual entiendo como lo estás pensando. También pensaba que esta función no es simétrica respecto al punto de inflexión, Y las funciones polinómicas de grado 3 lo son. Me faltaría una demostración más rigurosa respecto a lo que estoy afirmando. Por ahora es lo que deduje de la exploración.

C: Con respecto al orden de la raíz, creo que lo que podemos afirmar es que es de orden par, pero no sabemos si la raíz es doble.

La necesidad de interactuar con la producción de un compañero, promovió que apareciera un argumento que S. no había utilizado en su primer análisis. Este argumento es cuestionado por S. ya que si, como ella “ve”, la gráfica tuviera una raíz real, esta característica que no le permitiría descartar el gráfico (4) (pues hay funciones cúbicas con una raíz real).

El pequeño intercambio entre las profesoras nos muestra que la producción grupal avanza hacia una caracterización más precisa sobre lo que se consideran raíces y sobre la multiplicidad de las mismas en relación al gráfico.

Finalmente C, aporta un comentario que alerta sobre la posibilidad que la raíz no sea doble, sino que sea de orden par. Esta intervención amplía el campo de posibilidades sobre los argumentos que utiliza E sobre el orden de multiplicidad de las raíces

CONCLUSIONES

Las experiencias de diseño e implementación de wikis y foros en el contexto de la formación de profesores de matemática abordadas en su análisis tanto desde la TCI así como también desde el aporte de la TS y de la TAD nos han permitido descubrir un

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

amplio potencial de estas herramientas del e-learning para dar cabida a la producción matemática “en colaboración con otros”.

Esta actividad desarrollada en el ámbito de una comunidad de aprendizaje ha sido generada a partir de un diálogo que se ha vislumbrado -en nuestro análisis- tomando distintas formas: en algunos casos por confrontación y oposición, a partir de preguntas, en base a la producción de reescrituras o de reelaboración y finalmente también a partir del cuestionamiento de las producciones propias y de otros. El lenguaje escrito ha sido el único medio de comunicación.

Desde nuestra perspectiva hemos buscado generar oportunidades de interacción equilibrada de los participantes de esta comunidad en el escenario virtual. Esto nos ha impulsado a proponer enunciados de actividades que albergan reglas de juego específicas para la participación. De este modo hemos intentado resolver problemas de desconexión entre los miembros de la comunidad así como también contribuir al entramado del aporte de los diferentes actores, con sus puntos de vista específicos. Entendemos que la presencia docente mencionada por la TCI se ha visto, en estos casos, corporizada en el armado de estas reglas de participación.

En la instancia de análisis, la lectura de las producciones finales de los grupos de estudiantes a partir del tipo de actividades desarrolladas en el foro y en la wiki, respectivamente, nos permite identificar el potencial de las actividades de cara a la producción matemática de los profesores, en términos de comunidades de indagación.

Ambos tipos de actividades comparten la idea de hacer público el proceso de producción personal de cada profesor-estudiante en el marco de una propuesta de producción colectiva.

La presencia cognitiva ha sido desarrollada para la primera experiencia del foro en fases en parte desde lo presencial y en parte en el escenario virtual teniendo en cuenta que esta experiencia ha sido una de las primeras en la formación de los profesores. En este caso, la discriminación de cuáles eran las producciones que podían ser de interés para el conjunto de los profesores-estudiantes estuvo a cargo del docente-tutor; esta tarea brindó la posibilidad de relanzar otra consigna para reorientar el proceso de estudio.

En cambio la experiencia de la wiki siendo una de las experiencias virtuales del último tramo de formación muestra que la comunidad de indagación estaba conformada. Bajo estas condiciones en las cuales el diálogo mediado entre los profesores contiene una

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

presencia social desarrollada cada grupo de profesores-estudiantes asumió la responsabilidad de generar una producción colectiva. Las preguntas que emergieron a partir de los aportes personales, la negociación de significados, la búsqueda de argumentos retomando razonamientos de otros fueron algunos rasgos de la presencia docente distribuida. Es decir, además del papel esencial del docente, los mismos profesores-estudiantes fueron quienes facilitaron y orientaron procesos cognitivos.

No podemos decir en forma general que lo virtual modifica los elementos propios de la situación didáctica. Sí, en cambio, podemos dar cuenta en relación con nuestra experiencia de algunas decisiones que fueron necesarias tomar para el escenario virtual y que fueron potentes para desplegar la actividad matemática.

BIBLIOGRAFÍA

ANDERSON, T. (2004). "Teaching in an online learning context". En: Theory and practice of online learning, pág. 273-294.

BORSANI, V.; CICALA, R.; DUARTE, B. (2014). "Presencias en la virtualidad: reflexiones a partir de una experiencia de formación docente para profesores de matemática." [en línea] Santa Rosa, REPEM 2014. [Fecha de consulta: 12/09/2014].

BROUSSEAU, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática.* Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.

BROUSSEAU, G. (2000). "Educación y Didáctica de las matemáticas". En: *Educación Matemática Vol. 12 Nº 1*, Abril 2000. México, Grupo Editorial Iberoamericana.

CHEVALLARD, Y. (1997). *La Transposición Didáctica*. Buenos Aires, Aique.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona, Horsori.

CICALA, R.; FIORITI, G.; FERRAGINA, R.; AMANN, S. ; BIFANO, F. y TURANO, C. 2007. "La formación en Didáctica de la Matemática empleando entornos virtuales, estudio de la utilización de foros de debate." En: *10° Congreso Iberoamericano EDUTEC 2007*. Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional (Argentina) y Universidad de Murcia (España).

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

GARRISON, R. y ANDERSON, T. (2005). *El e-learning en el siglo XXI. Investigación y práctica*. Barcelona, Octaedro.

GARRISON, R. ANDERSON, T. y ARCHER, W. (2010). “The first decade of the community of inquirí framework: A retrospective”. En: The Internet and Higher Education, 13 (1-2), pág. 5-9.

LITWIN, E. (2000). “Introducción. La buena enseñanza en la educación a distancia.” En: Litwin, E. (comp.) *La educación a distancia. Temas para el debate en una nueva agenda educativa*. Buenos Aires, Amorrortu editores.

SADOVSKY, P. (2005a). *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

SADOVSKY, P. (2005b). “La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática”. En: ALAGIA, H., BRESSAN, A. y SADOVSKY, P. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

SESSA, C.; BORSANI, V.; LAMELA, C.; LUNA, L. (2013). “Discusiones en el aula en torno a una variación cuadrática: la coordinación entre distintos registros de representación”. Universidad Nacional del Litoral, *Yupana Nº 7*, 13

UNIPE. 2011. *El modelo de enseñanza con uso de TIC*. [en línea] UNIPE, La Plata. [Fecha de consulta: 12/09/2014]

UNIPE. 2011. *Organización de las aulas virtuales en el modelo de enseñanza con uso de TIC de la UNIPE para la modalidad semipresencial*. [en línea]. UNIPE, La Plata. [Fecha de consulta: 12/09/2014]

UNIPE. 2011. *Carrera: Licenciatura en Enseñanza de la Matemática para la Escuela Secundaria*. [en línea]. UNIPE, La Plata. [Fecha de consulta: 12/09/2014]

UNIPE. 2011. *El modelo de enseñanza con uso de TIC*. [en línea]. UNIPE, La Plata. [Fecha de consulta: 12/09/2014]

WENGER, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. New York, Cambrige University Press.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

Anexo

Estudiar por qué cada uno de los siguientes gráficos podría representar, o no, a una función polinómica de grado 3. (En cada uno de los gráficos no cambia el crecimiento fuera de los límites de la representación gráfica)

Para interactuar en la wiki les proponemos que en un comienzo:

- Cada uno que intervenga, decida sobre ***dos*** *de los gráficos y explique su decisión.*

- Además, si al momento de participar hay intervenciones de compañeros sobre otros gráficos, participen planteando dudas u observaciones sobre el análisis de sus compañeros.

Gráfico 1

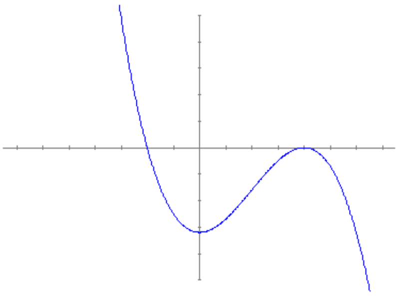


Gráfico 2

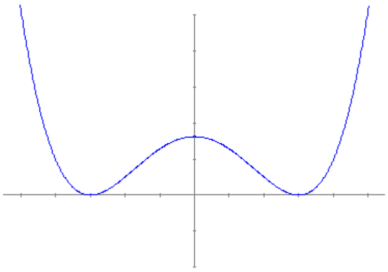


Gráfico 3

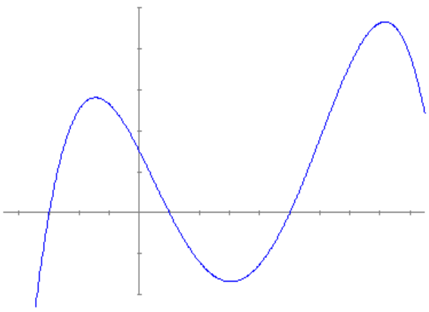
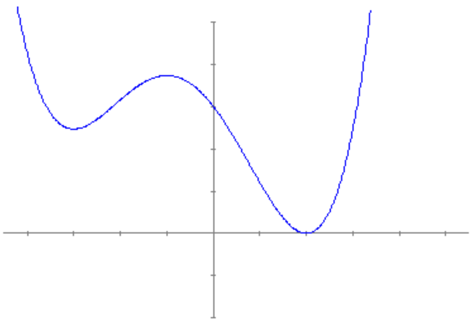


Gráfico 4



ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384

Gráfico 5

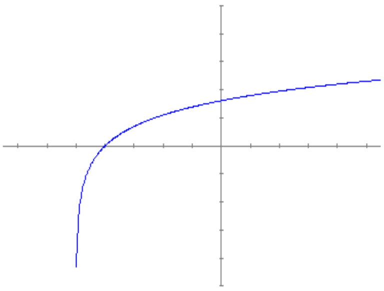


Gráfico 6

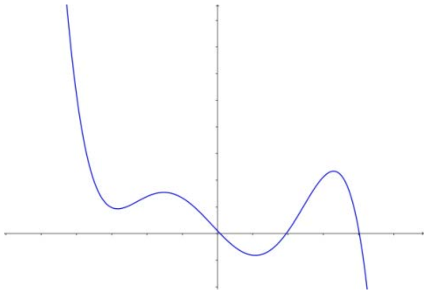


Gráfico 7

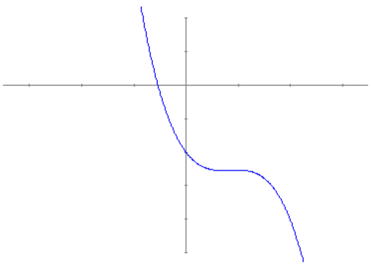


Gráfico 8

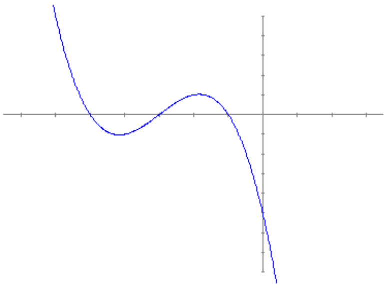


Gráfico 9

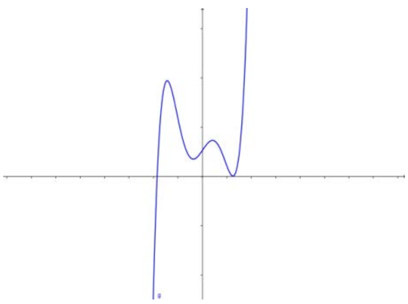
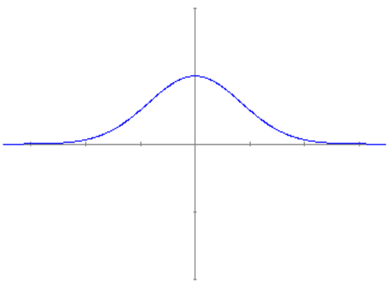


Gráfico 10



ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1384