CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

Abordando a Geometria pelos níveis de Van Hiele com o auxílio de *softwares* educativos.

SCHIRLO, A. C.; DA SILVA, S. C. R; DE OLIVEIRA, M. C. D; ISHIKAWA, E. C.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

Abordando a Geometria pelos níveis de Van Hiele com o auxílio de *softwares* educativos

Ana Cristina Schirlo
Secretaria de Educação do Estado do Paraná
acschirlo@seed.pr.gov.br

Sani de Carvalho Rutz da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
sani@utfpr.edu.br

Murilo Cretuchi Delfino de Oliveira
Secretaria de Educação do Estado do Paraná
olirum85@hotmail.com

Eliana C. M. Ishikawa
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
eliana@utfpr.edu.br

Resumo

A constante inquietação com a aprendizagem de Matemática tem estimulado pesquisas que delineiam seu ensino nos espaços escolares, em específico, para o conteúdo matemático de Geometria. Essa constatação encontra respaldo em dados estatísticos que relevam índices que se apresentam insuficientes para o ensino da Geometria nas escolas brasileiras. Nesse viés, traçou-se um ensaio teórico de cunho qualitativo, com delineamento bibliográfico, apresentando reflexões sobre a abordagem do ensino da Geometria envolvendo a Teoria de Van Hiele e *softwares* educativos. Partindo do pressuposto que os *softwares* educativos permitem a criação e a manipulação de figuras geométricas, sem alterar os vínculos utilizados na construção da figura, observou-se que a literatura aponta existência de *softwares* educativos para o ensino dos conteúdos de Geometria que mantém a característica das figuras geométricas depois de construídas, possibilitando a realização de vários testes e diferentes modos de visualização das mesmas. Diante do exposto entende-se que *softwares*, como o Geogebra, apresentam benefícios em relação a um desenho feito no papel com régua e compasso, pois com esses instrumentos para se ver uma figura geométrica em uma outra posição é necessário a construção de um novo desenho.

Introdução

A constante inquietação com a aprendizagem de Matemática tem estimulado pesquisas que delineiam seu ensino nos espaços escolares, em específico, para o conteúdo matemático de Geometria. Essa constatação encontra respaldo em dados

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

estatísticos que relevam índices que se apresentam insuficientes para o ensino da Geometria nas escolas brasileiras.

Perez (1991) e Pavanello (1989, 1993) já afirmavam que, embora a Geometria seja pertinente, de modo a propiciar o desenvolvimento das capacidades cognitivas fundamentais nos alunos e esteja presente na grade curricular de todas as escolas, ela não é abordada adequadamente nas salas de aula.

Entende-se que essa situação pode estar vinculada a diversos fatores, dentre os quais se destaca a má formação dos professores para o ensino da Matemática. Segundo Pavanello (1995, p. 18) o fato do professor não ter tido uma formação profissional adequada sobre Geometria o faz sentir-se incapacitado e inseguro para ensiná-lo para seus alunos, logo preferem suprimi-lo de suas aulas.

Almouloud (2007) corrobora com Pavanello (1995), afirmando que a precariedade da formação dos professores para o conteúdo de Geometria é devido a ela ser pouco explorada na graduação e as formações continuadas ainda não atendem os objetivos almejados.

Mas, o Parâmetro Curricular Nacional (PCN) de Matemática (BRASIL, 1998, p.37) aponta que os professores necessitam ter o entendimento de suas próprias concepções sobre ensino, uma vez que a sua prática pedagógica em sala de aula está ligada a essas concepções.

No entanto, infelizmente, mesmo o professor apresentando ter conhecimento dos conceitos geométricos a serem ensinados, muitas vezes ele não consegue realizar sua transposição didática, pois uma coisa é conhecer a teoria e outra, muito diferente é colocá-la em prática.

Assim, se faz presente uma preocupação em relação à formação de professores, pois esses profissionais devem estar aptos para atuarem na realidade escolar do século XXI, conscientes dos desafios e das possibilidades da sua futura profissão.

Nesse viés, traçou-se um ensaio teórico de cunho qualitativo, com delineamento bibliográfico, apresentando reflexões sobre a abordagem do ensino da Geometria envolvendo a Teoria de Van Hiele e *softwares* educativos, pois os *softwares* educativos permitem a criação e a manipulação de figuras geométricas, sem alterar os vínculos utilizados na construção da figura, possibilitando a manipulação das mesmas após sua construção inicial, ajustando-as aos níveis ad referida teoria.

Teoria de Van Hiele

A Teoria de Van Hiele foi desenvolvida pelo casal de pesquisadores holandeses Dina Van Hiele Geldof e Pierre Marie Van Hiele, quando se depararam com alunos que apresentavam dificuldade em aprender os conteúdos de Geometria (NASSER; SANT'ANNA, 2004).

Cabe apontar que nessa Teoria os Van Hiele propuseram a existência de cinco níveis de aprendizagem em Geometria, sendo elas: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor, dentre as quais a visualização é o nível mais básico e rigor o nível mais avançado.

No entanto, ressalta-se que na literatura há nomeações diferentes para classificar os níveis da referida teoria, como por exemplo, o primeiro nível é denominado por Ponte e Serrazina (2000) por Nível Um – Visualização, por De Villiers (1994) é denominado por Nível 0 – Reconhecimento ou Visualização e por Nasser et al (2000) é denominado de 1º Nível – Reconhecimento, denominação essa a ser utilizada nesse trabalho e detalhada no quadro 1.

Quadro 1 - Descrição dos níveis da Teoria de Van-Hiele

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

Nível de Van Hiele	**Características**
1º Nível - Reconhecimento	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.
2º Nível - Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.
3º Nível - Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra; Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.
4º Nível - Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.
5º Nível - Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais; Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.

Fonte: Nasser et al (2000, p. 05).

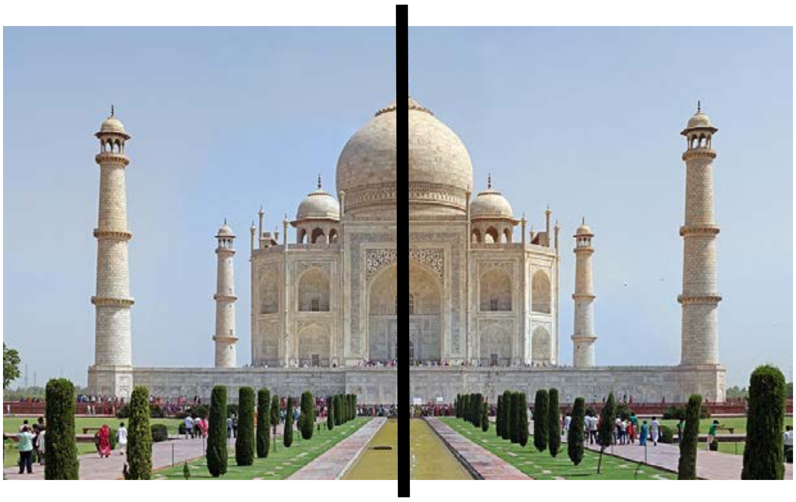
É relevante apresentar exemplos relacionados de situações geometrizadas que se caracterizam com os níveis da Teoria de Van Hiele apresentadas no quadro 1. Para tanto, são apresentados alguns exemplos relacionados ao tópico de isometrias, pois segundo Lima (1996) é possível definir as isometrias como uma transformação geométrica que além de manter a forma, mantém também o tamanho da figura e sua imagem inalterados e reflexão, rotação, translação e reflexão deslizante são tipos de isometrias, tornando as isometrias um caso particular de transformações geométricas.

Nesse contexto, Nasser *et al* (2000) apontam que no 1º Nível – “Reconhecimento” o aluno deve conseguir identificar as figuras geométricas por sua forma e aparência, assim como conseguir aprender a linguagem geométrica, classificando as figuras geométricas, mas não irá compreender as propriedades das mesmas, pois nesse nível não se apresenta uma definição para determinada isometria, mas espera-se que o aluno possa distinguir visualmente a reflexão, a translação e a rotação, identificando se a figura geométrica e sua imagem são iguais.

Para tanto, pode-se abordar o tema fazendo uso de exemplos disponíveis na arquitetura, para que o aluno possa reconhecer a presença de elementos geométricos, em especial as isometrias. Como exemplo a figura 1 apresenta o *Taj Mahal*, uma das mais importantes construções da História da Humanidade, pois nela se consegue imaginar um eixo que divide o palácio em duas partes simétricas

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

Figura 1: Simetria do *Taj Mahal*



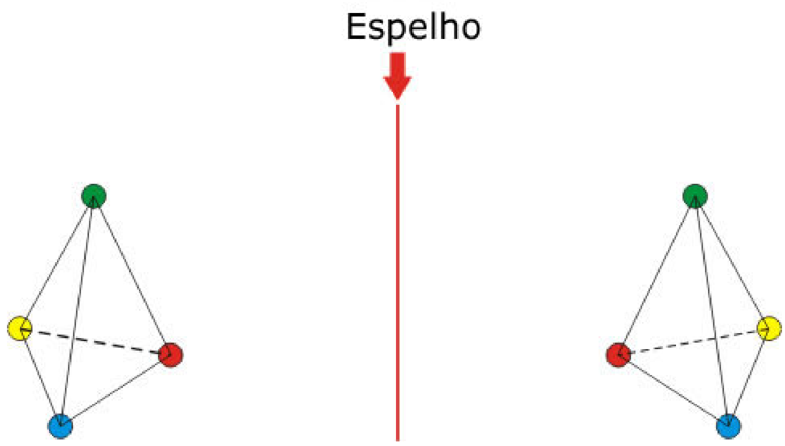
Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/Taj_Mahal#mediaviewer/File:Taj_Mahal_2012.jpg

Para a atividade exposta na figura 1, pode-se fazer uso do *software paint*. Já, para realizar uma atividade que contemple a translação de formas geométricas, pode-se fazer *softwares* educativos, como o Geogebra, que permitem a criação e a manipulação de figuras geométricas sem alterar os vínculos utilizados na construção das mesmas. Por exemplo, um triângulo deslizando por meio de um segmento e na rotação, o mesmo triângulo, pode ser girado em torno de um ponto.

Para o 2º Nível – "Análise", Nasser *et al* (2000) indicam que o aluno deve identificar as propriedades de uma figura geométrica e distinguir suas diversas formas por meio de suas características e elementos, porém ele ainda não está apto a realizar as devidas inclusões de classes das mesmas.

Para tanto, o aluno deve ser instigado a identificar algumas propriedades das isometrias presentes nas figuras geométricas. Por exemplo, o aluno observa uma figura geométrica e sua respectiva imagem para verificar se elas são iguais porém, invertidas. A figura 2 ilustra um exemplo de atividade que pode ser desenvolvida com o auxílio do Geogebra para a reflexão de figuras geométricas.

Figura 2: Reflexão em espelho



ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

Fonte: Autoria própria, 2014.

Detalhando o exposto na figura 2, o aluno pode identificar os elementos que compõem as isometrias, sendo que na reflexão ele identificará um eixo de reflexão; na rotação, identificará um ponto pelo qual a figura gira e um ângulo que determina o giro e na translação, ele identificará um segmento que determina o deslocamento.

Nessa atividade o aluno também poderá identificar nos 1º e 2º nível da Teoria de Van Hiele, pois segundo Isotani e Brandão (2004) as atividades que contemplem esses níveis devem fazer uso de material concreto como recortes, dobraduras e *softwares* de Geometria Dinâmica, como por exemplo o Geogebra.

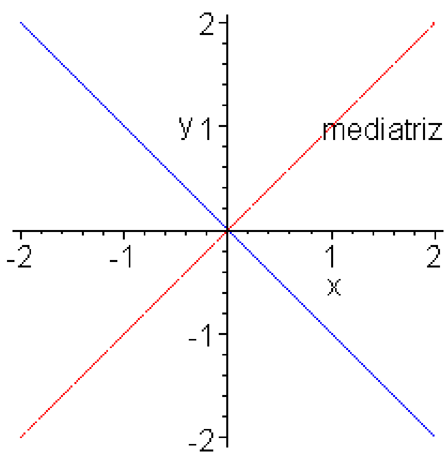
Já, para o 3º Nível – "Abstração", Nasser *et al* (2000) apontam que o aluno deve estabelecer relações entre as figuras geométricas e fazer as inclusões de suas classes. Ele, também deve acompanhar uma demonstração formal quando esta se faz necessária para uma verificação empírica da mesma.

O nível de abstração apresenta elementos da Geometria Abstrata e da Geometria Concreta, assim, nesse nível o aluno estabelece os elementos necessários para caracterizar as isometrias.

Por exemplo, para atividades que envolvam reflexão, espera-se que os alunos constatem que a distância de um ponto até o eixo de reflexão e a distância do eixo até a imagem desse ponto é a mesma e, também que o eixo de reflexão é mediatriz do segmento formado por um ponto e sua respectiva imagem.

Para tanto, Isotani e Brandão (2004) sugerem o uso do *software* Geogebra, pois este é um instrumento relevante para o desenvolvimento desse nível da Teoria de Van Hiele. A figura 3 apresenta um exemplo para o exposto.

Figura 3: Mediatriz por meio do Geogebra



Fonte: Autoria própria, 2014.

Com o exposto na figura 3, verifica-se que é possível, com o auxílio do Geogebra, construir, nos mais diversos pontos da figura, a reflexão de qualquer ponto e a sua respectiva imagem e, de forma análoga se pode proceder para as demais isometrias.

No 4º Nível – "Dedução", Nasser *et al* (2000) indicam que o aluno deverá distinguir as isometrias das figuras geométricas por meio de suas características e, assim, perceber que a rotação, a translação e a reflexão podem ser obtidas a partir da composição de suas reflexões.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

Nesse nível da Teoria de Van Hiele, Nasser *et al* (2000) também apontam que o aluno deve ter consciência de que a Geometria é um sistema dedutivo e que os resultados verificados para casos particulares devem ser estudados para o caso geral. E, que para validar os experimentos são necessários os axiomas e as demonstrações.

Por exemplo, quando o aluno identifica que duas figuras geométricas no plano são congruentes, logo existe uma isometria que transforma uma delas na outra figura geométrica. Para a execução dessa atividade, Isotani e Brandão (2004) sugerem o uso do *software* Cabri 3D.

E, para o 5º Nível – "Rigor" Nasser *et al* (2000) dissertam que o aluno deverá ter condições de estudar a Geometria em diferentes sistemas axiomáticos.

Por exemplo, comparar a Geometria Euclidiana com as Geometrias Não Euclidianas, sendo para tanto, o professor poderá conduzir as atividades por meio de axiomas, proposições e teoremas que podem ser trabalhados com o auxílio do *software* educativo Cabri 3D (ISOTANI; BRANDÃO, 2004).

Mas, indiferente à nomenclatura adotada para os níveis da Teoria de Van Hiele, Serrazina (1996) ressalta-se que para o aluno passar de um nível para outro nível, ele necessita ter adquirido o nível anterior. Diante desse fato, o professor ao tentar que o aluno aprenda Geometria a partir do nível de dedução, sem ele ter adquirido os níveis anteriores, ele apenas irá memorizar o assunto tratado sem uma efetiva absorção dos conteúdos.

Nesse contexto, segundo Nasser e Sant'Anna (2004), para que o aluno passe de um nível da Teoria de Van Hiele para outro nível mais elevado, o professor deverá considerar as seguintes fases de aprendizagem: informação, orientação guiada, explicitação, orientação livre e integração, que podem ser compreendidas como o procedimento metodológico que o professor poderá seguir para que os alunos avancem nos níveis da referida teoria.

Nasser e Sant'Anna (2004) apontam que na Fase Um – "Informação", deverá haver um diálogo entre professor e aluno sobre o objeto de estudo e, também sobre o vocabulário que será necessário para o nível a ser atingido. Para tanto, o professor deverá orientar os alunos para a utilização do material didático, com o objetivo de identificar o nível da Teoria de Van Hiele que o aluno se encontra.

Já na Fase Dois – "Orientação Guiada", Nasser e Sant'Anna (2004) afirmam que partindo do material didático alunos devem explorar o que devem aprender. Assim, as atividades escolhidas para serem realizadas pelos alunos, devem ser condizentes com o nível da Teoria de Van Hiele em que eles se encontram, para assim proporcionar a descoberta, compreensão e aprendizagem de conceitos geométricos.

Continuando a reflexão, Nasser e Sant'Anna (2004) explicam que na Fase três – "Explicitação", o professor deverá observar os alunos exporem os resultados das atividades realizadas e compartilhar com os colegas as descobertas proporcionadas com o estudo. Para tanto, proporcionar uma revisão das atividades já desenvolvidas, sem acrescentar novas atividades, auxiliará o aluno a justificar e analisar seu conhecimento adquirido, sendo possível o estabelecimento de uma linguagem matemática.

Na Fase Quatro – "Orientação Livre", os autores acreditam que o aluno conseguirá encontrar respostas para os problemas propostos com o uso dos conhecimentos da fase anterior e também, aplicar o conhecimento em novas situações (NASSER; SANT'ANNA, 2004).

E, por fim, na Fase Cinco – "Integração", Nasser e Sant'Anna (2004) apontam que deve haver um resumo do aprendizado para substituir o conhecimento que o

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

aluno possuía. Para tanto, o professor não deve apresentar ideias novas ou divergentes das apresentadas anteriormente.

Segundo Isotani e Brandão (2004), os *softwares* também propiciam atividades que contemplam as fases de aprendizagem apresentadas por Nasser e Sant'Anna (2004), pois, particularmente na fase de informação, o aluno necessita saber o vocabulário a ser utilizado para acionar os comandos para o computador executar a atividade e na fase de orientação o professor pode guiar os alunos pelo *software* que está usando.

Já na fase de explicitação, Isotani e Brandão (2004) apontam que os alunos podem compartilhar, com seus colegas, como construíram seus desenhos e o que aconteceu quando movimentam o *mouse* ao estarem construindo figuras geométricas por meio de algum *software* educativo.

E, na fase de orientação livre, Isotani e Brandão (2004) acreditam que os alunos podem descobrir outros meios para construir um mesmo desenho, conservando as propriedades geométricas. Nesse momento, o professor pode concluir a síntese com relato dos problemas que ocorreram na construção das figuras geométricas com o auxílio de *softwares* e as propriedades descobertas pelos alunos com o desenvolvimento das referidas atividades.

Considerações

É fato que para o ensino de Geometria existem *softwares* educativos que apresentam a característica de possibilitarem a manipulação das figuras geométricas depois de construídas, possibilitando a realização de vários testes e diferentes modos de visualização as mesmas.

Logo, *softwares* como o Geogebra apresentam benefícios em relação a um desenho feito no papel com régua e compasso, pois para se ver desenho de uma figura geométrica feita no papel, com o auxílio de réguas, em uma outra posição é necessário a construção de um novo desenho.

Segundo Talavera e Brolozzi (2003, p. 316) os benefícios dos *softwares* para a construção de figuras geométricas é uma "facilidade com que o estudante pode explorar e verificar o que acontece em várias situações análogas é útil para formar ou testar suas convicções, levando-o a formular conjecturas, aguçando sua curiosidade para buscar uma demonstração".

Nesse contexto, os *softwares* dessa categoria podem ajudar o professor no processo de ensino aprendizagem e também podem abordar a Geometria pelos níveis de Van Hiele.

Isotani e Brandão (2004) afirmam que é possível atingir os níveis da Teoria de Van Hiele com *softwares* de Geometria, pois com o auxílio desses programas o aluno pode testar as propriedades geométricas e fazer conjecturas, iniciando um processo de dedução informal e atingir os níveis de dedução formal e de rigor.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora UFPR.

BRASIL. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535

De VILLIERS, M. (2009). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *The International Journal of Mathematical Education in Science e Technology*, v. 35, n.5, p. 703-724. Disponível em: <http://mysite.mweb.co.za/residents/profmd/vanhiele.pdf >. Acesso em: maio. 2012.

ISOTANI, S.; BRANDÃO, L. O. (2004). Ferramenta de avaliação automática no iGeom. *Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, p. 328–337.

NASSER, L. *et al*. (2000). *Geometria segundo a Teoria de Van Hiele*. 3ª ed. Instituto de Matemática/ UFRJ - Projeto Fundão.

NASSER, L.; SAN'ANNA, N. (2004). *Geometria segundo a teoria de van Hiele.* Projeto Fundão. 4ª edição.

PAVANELLO, R. M. (1989). *O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica*. 1989. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PEREZ, G. (1991). *Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares.* 1991. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PONTE, J.; SERRAZINA, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

SERRAZINA, M. DE L.; MATOS, J. M. (1996). *Didáctica da matemática*. Portugal: Universidade Aberta.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535