



---

**CONGRESO  
IBEROAMERICANO**  
DE CIENCIA, TECNOLOGÍA,  
INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

---

BUENOS AIRES, ARGENTINA  
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

---

**CONGRESSO  
IBERO-AMERICANO**  
DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA,  
INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

---

BUENOS AIRES, ARGENTINA  
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

**UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA A  
APRENDIZAGEM DE CÁLCULO A DISTÂNCIA:  
EXPLORANDO CONHECIMENTOS RELACIONADOS À  
DERIVADA.**

LOPES, V.R; Scherer, S.

# UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA A APRENDIZAGEM DE CÁLCULO A DISTÂNCIA: EXPLORANDO CONHECIMENTOS RELACIONADOS À DERIVADA

Vanessa Rodrigues Lopes

Mestranda do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

vanufms@gmail.com

Suely Scherer

Professora Doutora dos Programas de Pós Graduação em Educação e em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

[susche@gmail.com](mailto:susche@gmail.com)

**Resumo:** Neste artigo apresentam-se resultados parciais de uma pesquisa, cujo objetivo foi analisar possibilidades de aprendizagem sobre Derivadas de funções em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA). São discutidos resultados relacionados à proposta de atividades realizadas com o uso do GeoGebra, que se constituiu a experimentação da pesquisa. As atividades foram propostas e desenvolvidas em uma abordagem construcionista, a partir dos estudos de Seymour Papert, contemplando o conteúdo de Regra de L'Hospital e Máximos e Mínimos de função de uma variável. Esse conteúdo foi estudado na parte a distância de uma disciplina de Cálculo oferecida em um processo de educação bimodal (parte presencial e parte a distância). Os participantes da pesquisa foram alunos do curso de Licenciatura em Matemática e de um curso de engenharia, matriculados na disciplina de Cálculo de uma universidade pública. Os dados para a análise da proposta de atividades foram obtidos a partir de registros no AVA e de entrevistas com os participantes da pesquisa. As interações no AVA foram orientadas pela abordagem do Estar Junto Virtual de José Armando Valente e pelo estudo sobre as atitudes de sujeitos no AVA de Suely Scherer. A partir da análise dos dados concluiu-se que a proposta de atividades, articulada com as ações da professora, orientadas pela abordagem construcionista, possibilitou aos alunos, participantes da pesquisa, momentos de reflexão e investigação, contribuindo com a aprendizagem de conhecimentos relacionados à derivadas de funções.

**Palavras-chave:** Construcionismo, Derivadas de Funções, Ambiente Virtual de Aprendizagem.

**Introdução**

Ao voltarmos nosso olhar para o cenário de ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo, em cursos de Ensino Superior, vê-se que os índices de reprovação e evasão são altos (NASCIMENTO, 2000), (CABRAL; CATAPANI, 2003). E tal problemática é apontada como oriunda da metodologia tradicional de ensino, que privilegia o uso de técnica de repetição de exercícios modelos (ALMEIDA; SOUZA; FATORI, 2007, p. 3), e não a compreensão dos conceitos envolvidos, como ressalta Morelatti (2001, p.21) ao afirmar que dificuldades nessa disciplina estão relacionadas à metodologia utilizada pelos professores, em que se:

[...] prioriza a aula expositiva, é centrada na fala do professor, e os conceitos são apresentados como verdades inquestionáveis, como algo pronto e acabado, sem a preocupação de torná-los significativos. Os alunos, após a aula, resolvem uma série de exercícios que, muitas vezes, não exigem criatividade, reflexão e novos conceitos.

Nesse sentido, na pesquisa, da qual originou os dados apresentados neste artigo, se propôs a criação de um ambiente construcionista (PAPERT, 2008) voltado para o ensino e a aprendizagem de Derivadas. Nesse ambiente oportunizou-se ao aluno um espaço para reflexão, discussão, exposição de sua opinião, além de debates sobre resultados de questões propostas com o uso do computador. Nesse sentido, as técnicas, os procedimentos e fórmulas não deveriam ser prioridade no processo de ensino, mas decorrência de resultados que o próprio educando deveria encontrar em seu processo de aprendizagem.

Os participantes da pesquisa foram alunos de uma disciplina de Cálculo I de uma universidade pública do estado de Mato Grosso do Sul, Brasil. Esses alunos eram acadêmicos de um curso de Engenharia ou de Licenciatura em Matemática, e neste artigo apresentamos as ações da professora<sup>1</sup> e de quatro alunos de um total de quatorze. Os alunos serão identificados com nomes fictícios : Newton, Cauchy, Cavalieri e Leibniz. Ressaltamos que na turma em que desenvolvemos a pesquisa, a disciplina de cálculo foi ofertada em formato bimodal, ou seja, parte presencial e parte a distância. A pesquisa teve como objetivo analisar as possibilidades de aprendizagem em diferentes espaços virtuais, assim, a análise de dados restringiu-se a parte da disciplina que foi desenvolvida a distância.

Para atingir o objetivo da pesquisa, dentre os procedimentos metodológicos, foi elaborada uma proposta de atividades que foi realizada utilizando o software GeoGebra<sup>2</sup>, em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA), a partir da Plataforma Moodle<sup>3</sup>. Os dados apresentados foram originados dos diálogos entre professora e

---

<sup>1</sup> Uma das autoras desse artigo.

<sup>2</sup> O GeoGebra é um software que permite trabalhar com a geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e Cálculo. Especificamente para estudos na disciplina de Cálculo possui recurso de representação gráfica e algébrica de funções, possibilitando estudo de limites, derivadas e integrais. Disponível em: <[http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR/download/](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/)>.

<sup>3</sup> A Plataforma Moodle possui recursos para o desenvolvimento de atividades como: Fórum, Tarefas, *webfólio* individual, *webteca* e *e-mail*.

alunos, e entre alunos no AVA, além de dados obtidos em uma entrevista semiestruturada. Esse ambiente foi organizado a partir dos estudos sobre o construcionismo proposto por Papert (2008), de modo a favorecer a aprendizagem de alguns conhecimentos sobre aplicações de Derivada. Com relação às interações no ambiente EaD, a proposta foi orientada pela abordagem do “Estar Junto Virtual” de Valente (2005), por potencializar as interações entre professor e alunos e entre os próprios alunos, e pelos estudos de Scherer (2005), sobre atitudes de educadores e educandos em AVA.

Neste artigo analisaremos como a proposta de atividades, bem como a forma como foi orientada pela professora, contribuiu para processos de aprendizagem de alguns alunos na disciplina de Cálculo, na parte desenvolvida a distância.

## 2. Ambiente de Aprendizagem Construcionista

Na década de 60, no *Massachusetts Institute of Technology*, Seymour Papert iniciou o estudo da teoria construcionista, que tem como raiz teórica o construtivismo proposto por Jean Piaget, com dois diferenciais: o primeiro é a presença do computador e o segundo o envolvimento afetivo do aluno em realizar uma atividade de seu interesse (VALENTE, 1999). Como o construcionismo é fundamentado no construtivismo, então se postula que o aluno constrói o seu conhecimento e não é um receptor de informação que lhe fora transmitido.

o aprendiz deve processar a informação que obtém interagindo com o mundo dos objetos e das pessoas. Essa interação coloca o aprendiz diante de problemas e situações que devem ser resolvidos e, para tanto, é necessário buscar certas informações. No entanto, para aplicar estas informações é necessário a interpretação e o processamento das mesmas, o que implica a atribuição de significado e, portanto, de construção de novos conhecimentos.(VALENTE, 2003, p.140)

No construcionismo o aluno constrói o conhecimento interagindo com o computador, no desenvolvimento de uma atividade proposta pelo professor. Dessa forma, o aluno ensina a máquina.

Para Papert (2008), a abordagem construcionista consiste em obter o máximo de aprendizagem a partir do mínimo de ensino. O mínimo de ensino está relacionado com a atitude do professor, de não dar respostas às questões que propõe ao aluno, ou que esse propõe. Ou seja, a aula não é centrada na ação do professor em explicar algo, mas na ação do aluno em resolver problemas, questões, cabendo ao professor orientar, questionar, acompanhar para que o aluno encontre soluções.

Com o uso da linguagem digital, o aluno constrói o seu conhecimento agindo sobre o objeto em estudo, “é o aprendizado por meio do fazer, do colocar a mão na massa” (VALENTE, 2005, p.34). Dessa forma, o aluno aprende sendo sujeito ativo, reflexivo e crítico no processo educacional. Segundo Maltempo (2005, p.265).

No bojo dessas ideias, Papert posiciona o computador como algo que viabiliza a criação de situações mais propícias, ricas e específicas

para a construção de conhecimento. Estas situações geralmente estão relacionadas com o desenvolvimento de projetos, pois o aprendiz tem mais oportunidade de aprender quando está ativamente engajado na construção de um artefato sobre o qual possa refletir e mostrar a outras pessoas.

Nesse sentido que na pesquisa criamos uma proposta de atividades, com o uso do computador, mais especificamente com o software GeoGebra, abordando o conteúdo de Derivadas, com o objetivo que ao desenvolverem essas atividades os alunos tivessem espaço para investigação e análise do objeto matemático estudado. Ou seja, o que se intencionou foi à criação de situações em que o aluno pudesse vivenciar momentos de reflexão, para que os conhecimentos de Cálculo não fossem explorados como verdades prontas e acabadas, mas como resultados de investigações realizadas pelo educando, ao interagir com o computador. Para explicar melhor a construção do conhecimento pelo aluno com o uso do computador, Papert (2008) faz uma analogia com um provérbio africano: “se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar” (PAPERT, 2008, p.134). Sendo assim, o professor pode simplesmente transmitir a informação (“dar o peixe”) ao seu aluno, ou levá-lo a construir o seu conhecimento (“dando-lhe uma vara e ensinando-o a pescar”). Com essa metáfora, Papert (2008, p.134) salienta ainda que:

[...] além de conhecimento sobre pescar, é também fundamental possuir bons instrumentos de pesca - por isso precisamos de computadores - e saber onde existem águas férteis - motivo pelo qual precisamos desenvolver uma ampla gama de atividades ‘matematicamente’<sup>4</sup> ricas.

Nessa perspectiva, consideramos que a criação de um ambiente construcionista para o ensino de Derivadas, na modalidade de EaD, precisa envolver o planejamento de algumas ações como: escolha de tecnologias (softwares, applet, etc.); organização de um AVA; uma proposta de atividades para explorar o conteúdo que contemple questionamentos instigadores; a compreensão da abordagem construcionista pelo professor ao atuar no AVA, ao planejar e organizar o material didático para a disciplina, a partir de uma linguagem dialógica e questionadora.

Nesse sentido, Morelatti (2001, p.97) pontua a importância da elaboração de atividades em um ambiente construcionista, pois a autora afirma “o aluno constrói o seu conhecimento sobre determinado assunto por meio da resolução de um problema ou desenvolvimento de um projeto significativo (do interesse do aluno) e contextualizado [...]”. Dessa forma, ao elaboramos as atividades sobre conteúdos da disciplina, como a Regra de L’Hospital e Máximos e Mínimos de Funções, buscamos, propor questões que pudessem despertar o interesse do aluno, em um primeiro momento, pois ele teria como agir sobre o problema e manter-se na busca pela solução a partir dos questionamentos realizados pela professora. E ainda elaboramos atividades contextualizadas em outras áreas do conhecimento e na própria Matemática, como foi o caso de atividades sobre Máximos e Mínimos e sobre a Regra de L’Hospital, respectivamente.

---

<sup>4</sup> Segundo Papert (1985, p.148) “princípios de matemáticas são ideias que iluminam e facilitam o processo de aprendizagem.”

Ao criar um ambiente construcionista, consideramos que a proposta de atividade precisa ser pensada e repensada com foco na construção do conhecimento do aluno, que esse ao resolvê-la tenha como resultado a sua produção/artefato (concreto ou abstrato). Nesse sentido, um ambiente de aprendizagem construcionista, os projetos e atividades que são desenvolvidas pelos alunos possuem algumas características:

- I. o aprendiz torna-se um participante ativo no processo de aprendizagem [...];
- II. reflexão e discussão são estimuladas pela presença do artefato que está sendo desenvolvido;
- III. a tarefa de projetar pode ser abordada de diferentes formas, satisfazendo estilo e preferências do aprendiz. Uma vez que a dicotomia certo/errado é evitada, múltiplas estratégias e soluções são possíveis;
- IV. as atividades de projeto geralmente são interdisciplinares;
- V. a relação aprendiz-artefato é facilitada e fortalecida pelo fato de o aprendiz ser o agente criador do artefato
- VI. o aprendiz é estimulado a considerar a reação de outras pessoas perante o artefato que criou. (MALTEMPI, 2005, p.270).

Atender a todas essas características implica em uma elaboração cuidadosa da proposta de atividade, pois assim ao obter a solução do problema proposto, o aluno produz um artefato (concreto ou abstrato) que é resultado de seu estudo e do processo de construção de conhecimento por ele vivenciado no desenvolver da proposta.

Dessa forma, ao elaborarmos um ambiente construcionista para aprendizagem de Derivadas, nos atentamos para as atividades buscando satisfazer as características mencionadas como a que o educando tivesse um papel ativo, agindo sobre o problema. Ou seja, que o aluno utilizasse o software GeoGebra para analisar relações entre conhecimentos sobre derivadas e a Regra de L'Hospital e Máximos e Mínimos de Funções, satisfazendo as duas primeiras condições citadas anteriormente.

Com relação à condição III, foram consideradas diferentes formas para resolução das atividades propostas e ainda evitou-se o dualismo certo x errado, pois ao invés do professor apontar o erro, este precisava criar condições para que o aluno pudesse depurar as informações e estratégias, prosseguindo em sua produção. E ressaltamos ainda que erros cometidos pelos alunos foram considerados conhecimento, sendo parte importante do processo de aprendizagem.

A condição IV também foi atendida, pois buscamos atividades contextualizadas em outras áreas do conhecimento, principalmente ao abordarmos o conteúdo de Máximos e Mínimos de Função, pois esse possui uma abertura para se trabalhar de forma interdisciplinar. As duas últimas condições estão relacionadas com a produção realizada pelo aluno, na qual ele foi o criador e na qual ele fez sua análise, sempre compartilhada com colegas e professora em diferentes espaços do AVA da disciplina e demais ambientes virtuais

As tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) e o AVA devem proporcionar aos alunos a oportunidade de (re)construírem conhecimento. As atividades propostas devem ser mateticamente ricas, sendo desafiadoras, para que o aluno sinta-se cada vez mais motivado a aprender. Porém não basta o cuidado na elaboração de atividades e escolha do software, pois se constitui um elemento

fundamental para a elaboração de um ambiente construcionista, as ações do educador em não “dar respostas”, mas propor questionamento e desafios que oportunizem aos educandos a construção do seu conhecimento.

As ações do professor são fundamentais para a manutenção do ambiente construcionista, pois o professor, “[...] tem que entender as ideias do aprendiz e sobre como atuar no processo de construção do conhecimento para intervir apropriadamente na situação, de modo a auxiliá-lo nesse processo.” (VALENTE, 1999, p. 95).

Ao encontro da afirmação de que um ambiente educacional construcionista envolve uma série de características, como a proposta de atividades, o softwares, as ações do educador, dentre outras, Maltempi (2005, p. 267) ressalta que:

[...] um ambiente educacional efetivo exige muito mais do que o aprendiz e um computador. É preciso um ambiente acolhedor que propicie a motivação do aprendiz a continuar aprendendo, um ambiente que seja rico em materiais de referência, que incentive a discussão e a descoberta e que respeite as características específicas de cada um.

O diálogo e motivação se constituem elementos que ajudam a caracterizar um ambiente de aprendizagem construcionista. O diálogo se faz necessário, pois a aprendizagem se dá também na/a partir da interação entre professor e alunos e entre alunos. Em ambientes construcionistas de ensino e de aprendizagem enfatiza-se o diálogo entre professor e alunos, para que assim o professor possa agir como um mediador e acompanhar seus alunos com o objetivo que estes construam conhecimento interagindo com o computador.

Com relação ao elemento motivação, o aluno, ao conseguir sucesso na solução de um problema de seu interesse, proposto pelo professor ou levantado por ele, e desenvolvido com o uso de linguagem digital, obtém como resultado um sentimento de *empowerment* (satisfação). Esse sentimento impulsiona o educando a enfrentar novas situações desafiadoras e assim continuar aprendendo e melhorando suas estratégias de resolução das tarefas. Segundo Valente (1999, p.106):

[...] quando é dada a oportunidade para essas pessoas compreenderem o que fazem, elas experienciam o sentimento do *empowerment* – a sensação de que são capazes de produzir algo considerado impossível. Além disso, conseguem um produto que eles não só construíram, mas compreenderam como foi realizado. Eles podem falar sobre o que fizeram e mostrar esse produto para outras pessoas. É um produto da mente deles e isso acaba propiciando um grande massagem no ego.

Nesse sentido, a disciplina de Cálculo, desenvolvida em um ambiente construcionista, deve oportunizar esse sentimento nos alunos. Daí a importância de o professor criar condições para que seus alunos possam ser produtores, que construam conhecimento.

### **3. EaD: Educadores e Educandos Estando Juntos e Habitando Ambientes Virtuais**

Para discutirmos sobre a modalidade de EaD que foi regulamentada em 20 de dezembro de 1996 pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional com a

Lei nº 9394, apresentamos o Decreto nº 562219 de dezembro de 2005 que a caracteriza como:

Modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com estudantes e professores desenvolvendo atividades educativas em lugares ou tempos diversos. (BRASIL, 2005).

Compreendemos a EaD como uma possibilidade de educação em que alunos e professores ensinam e aprendem em um processo contínuo de interação em ambientes virtuais, estando em locais diferentes, em horários distintos ou não. Com foco na aprendizagem dos alunos, se faz importante que a interação aconteça também na educação a distância. Mas a interação vai além de uma relação que pode ser estabelecida entre duas ou mais pessoas, que podem ser, professor/ alunos ou os próprios alunos.

A interação não significa simplesmente um ato social de o professor relacionar-se com o aluno. A interação, segundo Piaget, envolve os dois polos – professor e aluno. O professor pode criar situações ou agir com o aluno da maneira mais adequada possível; se o aluno não reagir, não responder a essa ação do professor, não houve interação. (VALENTE, 2011, p. 24).

Para que haja interação em cursos na modalidade EaD, não basta dispormos de tecnologias sofisticadas, é fundamental definir um modelo de EaD focado na interação entre professor/aluno e entre alunos. “[...] O sucesso do ensino e da aprendizagem nessa modalidade não depende apenas das tecnologias utilizadas, mas do modelo de EaD oferecido, da concepção de educação de todos os envolvidos no processo” (SCHERER, 2005, p. 34). Nesse sentido que o modelo do “Estar Junto Virtual”, proposto por Valente (2005) vai ao encontro da concepção de aprendizagem pautada na construção do conhecimento e não na transmissão de informação. O “conhecimento é o que cada indivíduo constrói como produto do processamento, da interpretação, da compreensão da informação. É algo construído por cada um, muito próprio e impossível de ser passado para o outro” (VALENTE, 2003, p.140). No estar junto virtual o professor não é um transmissor de informação aos alunos, o professor, cria situação nas quais o aluno por meio de investigação do objeto de estudo, constrói seu conhecimento em/a partir da interação com o professor e também com outros alunos.

Nesse sentido, o Estar junto virtual se constitui como um modelo no qual o professor está junto com seus alunos de forma virtual. E está junto no sentido completo do termo, ou seja, acompanhando, dialogando questionando, para que seus alunos construam conhecimento.

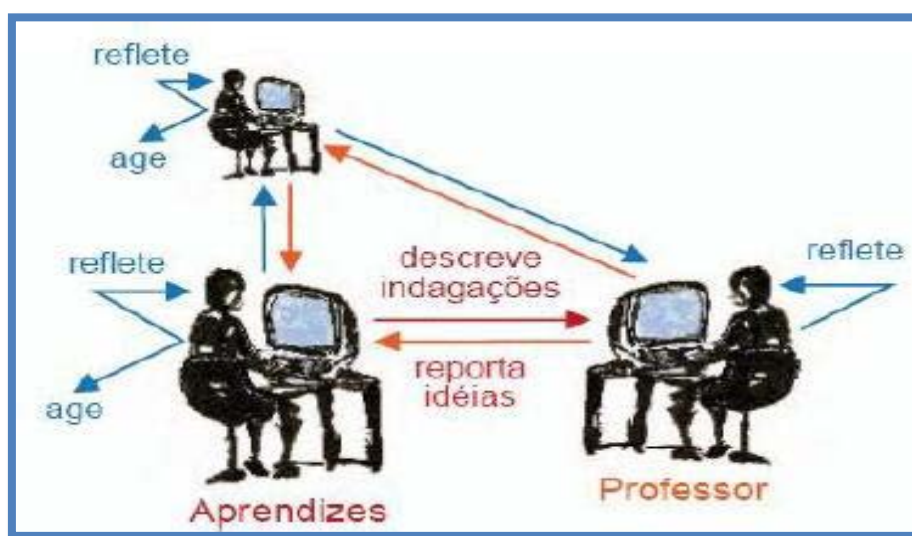
A implantação de situações que permitem a construção de conhecimento envolve o acompanhamento e assessoramento constante do aprendiz no sentido de poder entender quem ele é e o



que faz, para ser capaz de propor desafios e auxiliá-lo a atribuir significado ao que está realizando. Só assim ele consegue processar as informações, aplicando-as, transformando-as, buscando novas informações e, assim, construir novos conhecimentos. (VALENTE, 2003, p. 141).

Na Figura 1 temos a representação de tal modelo, e posteriormente discutiremos os pressupostos teóricos que o fundamentam.

Figura 1 – Ciclo de ações na abordagem “Estar Junto Virtual”



Fonte: Valente (2005).

O movimento do *Estar Junto Virtual* tem início com o professor propondo alguma atividade, ou discussão aos alunos, sobre um objeto de estudo, em nosso caso as atividades propostas foram sobre a Regra de L'Hospital, e pontos de máximos e mínimos de função, que envolve o estudo de Derivadas. Diante da atividade proposta pelo educador, os alunos irão agir sobre o problema na busca analisando-o e mobilizando conhecimentos anteriores para solucioná-lo. Agindo sobre a atividade o aprendiz pode dialogar com os outros aprendizes e também com o professor. Essa interação, que se estabelece no diálogo, pode se configurar em forma de questionamentos e reportagem de ideias que possibilita ao educando continuar na busca pela solução do problema proposto.

A ação de "reportar ideias" pode se caracterizar como enviar um material em formato de vídeo ou imagens, questões, e considerações e podem ser feitas tanto por professor como também por aluno. Porém, é importante destacar que esse é um modelo de EaD fundamentado na construção de conhecimento e não na transmissão de informação, dessa forma, é fundamental que o professor se atente para que não "dê a resposta" ao problema ou induza os alunos a uma resposta. O docente precisa

propor questionamentos que desafiem os alunos para que estes vivenciem momentos de reflexão e aprendizagem. Nesse sentido, Valente (2005, p.86) salienta que:

Os desequilíbrios e conflitos fornecidos pelo professor e por outros colegas têm a função de provocar o aprendiz para realizar as equilíbrazões em patamares majorantes, como proposto por Piaget. Nesse sentido, a aprendizagem também está acontecendo como produto de uma espiral, proporcionada não mais pela interação aprendiz-computador (como na programação), mas pela rede de aprendizes mediados pelo computador.

As interações entre professor- aluno, que ocorrem no “Estar Junto Virtual” permitem ao professor conhecer melhor os processos de aprendizagem dos alunos e conseqüentemente fazer inferências sobre o saber em construção. Mas, para que o movimento proposto pelo “Estar Junto Virtual” aconteça se faz necessário que educadores e educandos sejam habitantes em ambiente virtuais (SCHERER, 2005).

Assumir a atitude de habitante (SCHERER, 2005) implica que o professor/ou aluno se responsabilize não apenas pelas ações por si praticadas, mas também pelas ações dos parceiros. O habitante se movimenta em busca de um entendimento mutuo, ou seja, a opinião e ação do outro são elementos importantes para ele, quando se tem em questão a aprendizagem de um objeto em estudo. Pontuamos ainda que ao habitar um ambiente virtual, o educador/ou educando busca “a ação comunicativa, o questionamento reconstrutivo; [...]” (SCHERER, 2005, p. 60). O habitante de um ambiente virtual, se faz notório em seu habitar, pois ele está sempre lá, [...] “observando, falando, silenciando, postando mensagens, refletindo, questionando, produzindo, sugerindo, contribuindo com a história do ambiente, do grupo e dele.” (SCHERER, 2005, p. 60).

Mas nos ambientes virtuais temos também os visitantes e os transeuntes:

**Os visitantes** são aqueles alunos(as) e professores(as) que participam do ambiente de aprendizagem com a intenção de visitar. As visitantes participaram apenas para observar o que estava acontecendo, sem se co-responsabilizar com o ambiente, com o outro, ou com a produção coletiva.[...].Os transeuntes passam pelo ambiente em um ou mais momentos, às vezes param para observar, mas sem se deter em nenhum espaço em especial, sem se responsabilizar, sem apreender para si o ambiente, sem colaborar ou cooperar. [...] eles se relacionam alheios ao grupo e ao ambiente, pois são apenas passantes. (SCHERER, 2005, p.60).

Ao entrar em um fórum virtual de discussão, por exemplo, um visitante é considerado aquele que, posta mensagem, sem se importar com o que os demais colegas ou professor postou, às vezes lê e comenta algo sobre o que o outro (professor e/ ou aluno) postou, mas sem muito envolvimento. A produção coletiva não é uma preocupação de um visitante. Um visitante pode acessar o AVA por livre e espontânea vontade, na intenção de buscar alguma informação, e outras vezes a visita pode dar por uma obrigação para obtenção de nota em uma disciplina ou curso,

por exemplo. Já os transeuntes são alunos e professores que passam pelo ambiente, raramente postam alguma mensagem e quando o fazem, é sem envolvimento com o grupo.

#### 4. Possibilidades de Aprendizagem de Derivadas via proposta de Atividades com uso do Computador

A proposta de atividades foi elaborada com produções que foram desenvolvidas utilizando o computador, em especial, o software GeoGebra. Assim, analisaremos as produções que foram desenvolvidas pelos alunos e a forma como a professora encaminhou a realização das mesmas. Essas atividades foram elaboradas pautadas na abordagem construcionista (PAPERT, 2008), com o objetivo de que o aluno ao desenvolvê-las pudesse vivenciar momentos de investigação, de ações e descobertas. “É o aprendizado por meio do fazer, de colocar a mão na massa” (VALENTE, 2005, p.34), com o uso da linguagem digital.

Começaremos a análise com dados do primeiro encontro a distância em que se realizou estudos sobre a Regra de L’Hospital. Inicialmente foi proposta a seguinte atividade: *No GeoGebra plote o gráfico da função  $H(x)=f(x)/g(x)$ . Sendo  $f(x) = 4x^3 + x^2 + 3$  e  $g(x) = x^5 + 1$ . Em seguida, marque um ponto A sobre a curva que representa a função  $H(x)$  e o mova para identificar o valor de  $H(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ . Da mesma forma, plote o gráfico da função  $P(x)= f'(x)/g'(x)$ , marque um ponto B sobre a curva que representa a função  $P(x)$  e o mova para identificar o valor de  $P(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ .*

Ao elaborarmos essa primeira atividade, esperávamos que os alunos pudessem usar o GeoGebra para analisar os limites das funções  $H(x)$  e  $P(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ , a partir da representação gráfica das funções, e que ao observarem esses limites, eles concluíssem que são iguais. E na segunda parte da atividade, o objetivo foi o de identificar o valor do limite por meio de cálculos para que assim observassem que na função  $H(x)$  tem-se uma indeterminação, e que na função  $P(x)$  o valor é encontrado fazendo uma substituição. As produções teriam que ser encaminhadas ao AVA da disciplina, e o debate, realizado a partir das análises dos alunos, aconteceu nos fóruns.

Quando questionamos na entrevista sobre as produções propostas e como foram desenvolvidas, Leibniz afirmou:

**Leibniz:** *As primeiras atividades que foi sobre a regra de L’Hospital foram as mais fáceis, porque eu já tinha visto. Só que eu não percebi logo de cara. Na verdade, só me toquei que era a regra de L’Hospital no finalzinho do Fórum. Eu já tinha visto a regra outra vez que fiz Cálculo [ele já havia cursado a disciplina anteriormente, mas reprovou], mas dessa vez foi diferente, totalmente diferente.*

**Pesquisadora:** *Por que foi diferente?*

**Leibniz:** *Porque eu entendi a regra de verdade, eu vi no gráfico. Eu fiz os gráficos e analisei e daí eu conclui que os limites eram os mesmos. E agora eu vejo como ela é útil. E eu sei usá-la. Faz todo sentido para mim agora. Como eu disse lá no Fórum a Regra de*

*L'Hospital é bastante útil e facilita muito em cálculo de Limites que recai em indeterminações. Com certeza foi importante aprender isso.*

Pelo relato de Leibniz podemos depreender que o objetivo de o aluno agir sobre o problema foi alcançado. Afirmamos isso pela seguinte afirmação: “*Eu fiz os gráficos e analisei e daí eu conclui que os limites eram os mesmos*”. Foi o aluno quem fez, foi ele quem analisou e chegou a conclusões sobre a situação analisada. Isso evidencia que o aluno colocou a “mão na massa” (VALENTE, 2005, p.34).

Nas palavras de Papert (2008, p.134), “se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar”. Dessa forma, o professor pode simplesmente transmitir a informação (“dar o peixe”) ao seu aluno, que nesse caso, poderia ser apenas enunciar a Regra de L'Hospital, resolver um exercício modelo e solicitar que os alunos fizessem uma série de exercícios seguindo o modelo proposto. Ou, o professor pode oportunizar que o aluno construa conhecimento (“dando-lhe uma vara e ensinando-o a pescar”), como vivenciado com Leibniz, que com o software GeoGebra, a partir da atividade proposta, construiu conhecimento, pois ele analisou e chegou a algumas conclusões.

Resgatamos a seguir algumas das produções e diálogos com Leibniz que comprovam sua ação sobre o objeto em estudo durante o desenvolvimento da primeira atividade proposta. No Fórum 1 apareceu o seguinte diálogo:

***O que vocês observaram nas representações gráficas das funções, em relação ao limite da função  $P(x)$  e da função  $H(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$ , ao mover os pontos das curvas? (PROFESSORA VANESSA, 21/11/2013).***

***Boa Noite Prof. Vanessa! Verifiquei que na função  $h(x)$  e na  $p(x)$  quando  $x$  tende a  $-1$  tanto pela direita como pela esquerda o valor do limite é 2. (LEIBNIZ, 25/11/2013).***

Depois da maioria dos alunos postarem conclusões no Fórum sobre suas análises, a professora fez um novo questionamento, e Leibniz teceu comentários:

***Com base nas observações feitas por vocês, podemos concluir que o limite da  $H(x)$  e da  $P(x)$  é o mesmo quando  $x$  tende a  $-1$ . E esse limite é igual a 2. Sendo assim temos que  $\lim_{x \rightarrow -1} H(x) = \lim_{x \rightarrow -1} P(x)$ . Agora para fecharmos nossa discussão, gostaria que vocês calculassem o limite por meio da substituição direta, tanto na  $H(x)$ , quanto na  $P(x)$ . E tragam os resultados para debatermos aqui. (PROFESSORA VANESSA, 26/11/2013).***

***Por tratar de funções polinomiais podemos substituir  $-1$  direto na função. Na função  $h(x)$  há uma indeterminação  $0/0$  e através da regra de L'Hospital podemos derivar a função caindo exatamente na função  $p(x)$ . Assim substituímos  $-1$  em  $p(x)$  obtendo 2 como resultado. Limites de  $h(x)$  e  $p(x)$  são equivalentes. (LEIBNIZ, 26/11/2013).***

Com essa atividade, Leibniz teve oportunidade de observar que o limite em ambas às funções é o mesmo, e observou também que efetuando cálculos de

substituição direta na primeira função tem-se uma indeterminação, sendo assim, ele buscou outra estratégia para o cálculo do limite, no caso, a Regra de L'Hospital.

O fato de a proposta ser construcionista se evidencia nas afirmações de Leibniz: “*eu vi no gráfico; eu fiz os gráficos e analisei; eu conclui; eu sei usá-la*”. Diferente de propostas orientadas pela transmissão de informação, em que essas frases se modificam para: “*eu ouvi, eu vi exemplos, eu repeti...*”. Quando Leibniz afirma que ele fez, analisou e chegou às conclusões, podemos considerar que algumas características quando se propõe ao aluno o desenvolvimento de uma tarefa ou projeto (nesse caso uma atividade usando o GeoGebra) em um ambiente de aprendizagem construcionista, foi alcançada, conforme ressaltada por Maltempo (2005, p.270): “o aprendiz torna-se um participante ativo no processo de aprendizagem [...]; e reflexão e discussão são estimuladas pela presença do artefato que está sendo desenvolvido”.

A seguir apresentamos afirmações de outros educandos do AVA sobre a proposta de atividades, em especial a aula sobre a regra de L'Hospital.

**Cauchy:** *Eu achei bem legal, como foi proposto as aulas. Na verdade foi bem diferente daquilo que a gente estava acostumando, porque professor nenhum começa a dar a aula com exercícios e depois passa o conteúdo. Faz ao contrário. Né? E eu achei esse jeito de aprender muito bom, porque a gente tem mais liberdade, de falar e tudo. Eu não sei explicar muito bem, só sei que foi boa essa experiência, porque parece que... hum bom é como se a gente fosse descobrindo a matemática. Por exemplo, naquela aula do problema do galinheiro é como se eu tivesse “descobrido”[descoberto] que assim... em um ponto de máximo, que a derivada existe então ela é nula. Como é mesmo o nome desse teorema? ... Há lembrei é o teorema de Fermat. Não é?*

**Pesquisadora:** *É esse mesmo.*

**Cauchy:** *Pois eu senti como se eu fosse o Fermat. [referindo-se ao matemático que descobriu o teorema].*

Cauchy mencionou que ao desenvolver essa atividade ele se sentiu como se fosse o Fermat, ou seja, o matemático que descobriu tal teorema. Isso aconteceu porque a forma como propomos a atividade exigia do aluno que ele fosse um investigador. É o aluno com um papel ativo, vivenciando descobertas, ao construir conhecimento. É o sentimento de *empowerment* (VALENTE, 1999) vivenciado por esse aluno, e observável em suas afirmações: “*é como se eu tivesse ‘descobrido’ [descoberto]; “eu senti como se eu fosse o Fermat”, “é como se a gente fosse descobrindo a matemática”*”.

Para Valente (1999, p.106), esse sentimento de *empowerment* vivenciado em ambiente construcionista dá a sensação para as pessoas “[...] de que são capazes de produzir algo considerado impossível. Além disso, conseguem um produto que elas não só construíram, mas compreenderam como foi realizado”.

Outro destaque que fazemos na fala de Cauchy é: “*porque professor nenhum começa a dar a aula com exercícios e depois passa o conteúdo*”. Observa-se que o

aluno percebeu essa inversão que fizemos, quebrando a sequência tradicional de transmissão de informação, “conteúdo - exercício modelo - listas de exercícios”. Nós propomos essa inversão a fim de que o conteúdo não fosse trabalhado, como verdades prontas e acabadas, certezas “dadas”, mas que o conhecimento fosse construído pelo aluno, em um ambiente construcionista.

Nesse sentido, Morelatti (2001, p.97) afirma que em um ambiente construcionista “o aluno constrói o seu conhecimento sobre determinado assunto por meio da resolução de um problema ou desenvolvimento de um projeto significativo (do interesse do aluno) e contextualizado [...]”.

A seguir apresentamos a análise do aluno Newton sobre a proposta e desenvolvimento das atividades referente à segunda aula, em que foi explorado o problema do galinheiro e do antibiótico, respectivamente:

***I ”: Em uma fazenda um funcionário deve construir um de forma retangular com área igual a  $50m^2$ . Então, o funcionário decide aproveitar um velho muro como uma das laterais do. Escreva a função  $P(x)$  que expressa o perímetro em função do lado  $x$ . Logo após no GeoGebra, plote a função  $P(x)$  e insira um ponto sobre essa curva e observe qual deve ser a medida  $x$ , para obter-se o menor perímetro. Plote também a função  $P'(x)$ .***

***II. “Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias varia de acordo com a função  $f(x)=12x-2x^2$ , em que  $x$  é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico e  $f(x)$  é a concentração de tal antibiótico no sangue”. No GeoGebra, plote o gráfico da função  $f(x)=12x-2x^2$  e insira um ponto  $A$  sobre a curva que representa a função e mova o ponto, observando em quanto tempo a concentração de antibiótico atinge o nível máximo. No mesmo arquivo que você plotou a  $f(x)$ , plote também a  $f'(x)$ . Movimentando o ponto  $A$ , na função  $f(x)$  determine as coordenadas de um ponto  $(x_1, f(x_1))$ , sabendo que  $x_1$  representa o tempo necessário para que o antibiótico atinja nível máximo de concentração no sangue dessas cobaias, qual o valor da  $f'(x_1)$ ?***

Com essas atividades esperávamos que os alunos, ao analisarem o movimento proposto, encontrassem o ponto de mínimo ou de máximo  $(x, f(x))$  e que observassem que  $f'(x) = 0$ . Assim, concluiriam que em uma função  $f(x)$ , cuja derivada existe para um determinado  $x$  de seu domínio, sendo  $(x, f(x))$  ponto de máximo ou de mínimo, então a  $f'(x) = 0$ . Vejamos então uma postagem de Newton no Fórum 5-“ Dialogando sobre o problema do Galinheiro”:

***Olá pessoal,***

***Agora que vocês já plotaram a  $P(x)$  e analisaram o movimento do ponto, quais as coordenadas do ponto que representam a medida  $x$  para se obter o perímetro mínimo para construir o ? Qual o domínio válido dessa função na situação dada?Vamos dialogando [...]. ( PROFESSORA VANESSA, 02/12/2013).***

***De acordo com minha análise no gráfico de  $P(x)$  o ponto para se obter o perímetro mínimo é  $(7,28.29)$ , com o domínio  $\{x \in R \mid x > 0\}$ . Pois como se trata do perímetro o  $x$  não pode ser menor nem igual a zero. (NEWTON, 02/12/2013).***

Na sequência do Fórum, a Lagrange e o Cavalieri enriquecem o ambiente com suas observações. Essas informações fizeram Newton rever sua afirmação inicial. No recorte do a seguir, podemos observar esse diálogo entre os três:

*O perímetro mínimo é aproximadamente (7.07,28.28), isto é, a raiz quadrada de 50 e 20 vezes a raiz quadrada de 2 [...].( LAGRANGE, 02/12/ 2013).*

*[...] com o uso da derivada o ponto de mínimo é identificado corretamente, que é (7.07,28.28) aproximadamente. (CAVALIERI, 03/12/2013).*

*Corrigindo ponto para se obter perímetro mínimo (7.07, 28.28). (NEWTON, 03/12/ 2013).*

Com a nova postagem só conseguimos afirmar que ele retomou a sua afirmação anterior, mas não podemos afirmar que essa alteração foi provocada na interação dele com os colegas Lagrange e Cavalieri, no fórum. No entanto, quando recorremos à entrevista, nós o questionamos sobre as suas interações no AVA e ele mencionou ações do Fórum 5, considerando que esse oportunizou que ele mudasse sua certeza anterior. Da entrevista apresentamos um recorte que evidencia que Newton aprendeu na interação com Lagrange e também mostra como o desenvolvimento dessa atividade lhe oportunizou esse momento:

**Newton:** *No começo, quando eu vi essa atividade eu achei bem complexa, pois não tinha a função [se referindo à lei de formação da função que representa o problema do Galinheiro]. Tínhamos que entender o problema para depois descobrir qual era a função. Confesso que tive ajuda.*

**Pesquisadora:** *Quem te ajudou?*

**Newton:** *A Lagrange [...]. A gente [Newton e Lagrange] sempre discutia sobre as atividades. Ela me explicou como havia feito a atividade e eu entendi.[...].*

**Pesquisadora:** *Então foi isso que levou você a mudar de opinião no Fórum 5?[Nesse momento a pesquisadora mostra o Fórum e ele observa as suas duas postagens].*

**Newton:** *É... no começo eu não tinha entendido porque tinha que postar a derivada da  $P(x)$ , mas depois conversando com a Lagrange entendi que para aquele  $x$ , a derivada era zero, porque no caso a reta tangente era paralela a  $x$  [referindo-se ao eixo das abscissas]. Ai na hora eu entendi que a derivada ajuda a solucionar muitos problemas. Porque nessa atividade, só analisando o gráfico ficava impossível de parar o ponto no local exato [referindo-se ao ponto de mínimo na representação gráfica], movia um pouquinho e passava. Eu cheguei bem próximo do ponto, mas não era exatamente ele. E com a*

*derivada [referindo-se ao cálculo], basta fazer as contas e já descobre o ponto certinho.*

Do excerto apresentado destacamos que a proposta de atividade sobre determinação de ponto de máximo ou de mínimo de uma função, possibilitou à Newton momento de investigação que lhe oportunizou a compreensão de uso da derivada para determinar tais pontos. Afirmamos isso, pois ao observar e analisar apenas o movimento do ponto sobre a curva do GeoGebra, o aluno não conseguiu determinar o ponto de mínimo assumido pela função, dessa forma ele muda a estratégia para encontrar tal ponto. E nesse caso a estratégia usada é a Derivada.

Pelo exposto podemos inferir que Newton compreendeu como a derivada pode ajudar a determinar pontos de máximos e de mínimos de uma função. E essa reflexão e aprendizagem foi possível a partir da proposta de atividades e também da atitude de habitante de Newton, que ao acessar o Fórum e ver a postagem dos colegas, mesmo não sendo no AVA, interagiu com um dos colegas, na busca pela compreensão das diferentes proposições. Não temos detalhes dessa interação, pois ela ocorreu em um momento presencial e não no AVA. Mas, o que podemos afirmar é que a interação com os colegas possibilitou a Newton diferentes momentos de aprendizagem, o que podemos concluir também com alguns recortes de sua fala na entrevista.

**Newton:** *às vezes o Cavalieri, ou a Lagrange, ou qualquer outro comentava alguma coisa, daí eu comentava outra. Sabe! um complementa o outro, porque através da deles [referindo-se as postagens dos colegas], você revê a sua [referindo-se a própria postagem no Fórum]. Dai se você percebe que tem algo errado, dá para ajudar os colegas. [...] Você consegue ver a ideia do outro e como ele está pensado e assim melhorar a sua, porque você fica pensando, pensando... e aí acaba aprendendo. E também você pode ajudar o colega com suas ideias.*

Quando Newton afirma que “*um complementa o outro*” evidenciamos que esse habitante compreende a interação como a busca por um entendimento mútuo sobre o problema em estudo. Podemos afirmar ainda que o modelo de interação nesse processo de EaD está próximo do que Valente (2005) discute sobre o “Estar Junto Virtual”, pois Newton afirma que a partir da postagem dos colegas ele pensa e acaba revendo a afirmação realizada anteriormente. O que nos leva a afirmar que Newton refletiu sobre sua produção a partir de postagens dos demais (professora e alunos).

Do excerto podemos pontuar uma característica importante do ambiente construcionista proposto, que é o movimento de diálogo e do aluno expõe sua produção e considerações, discutindo com os demais, conforme afirma Maltempo (2005, p.267): “É preciso um ambiente acolhedor que propicie a motivação do aprendiz a continuar aprendendo, um ambiente que seja rico em materiais de referência, que incentive a discussão e a descoberta.”

A última frase de Newton nesse recorte da entrevista: “E também você pode ajudar o colega com suas ideias” nos permite afirmar que ele se preocupa com os demais participantes do ambiente. Preocupa-se no sentido de contribuir com a



aprendizagem dos colegas, se responsabilizando pelo ambiente de aprendizagem proposto. O que mais uma vez confirma a sua atitude de habitante (SCHERER, 2005).

Em outro momento da entrevista, ao falar sobre o desenvolvimento das atividades, se as realizou sozinho ou interagiu com colegas, Newton afirma que:

**Newton:** *Eu fiz a maioria sozinho, mas eu não me sentia sozinho pois sempre tava vendo tudo no Fórum. E teve também a Lagrange, que é bem amiga minha, a gente sempre se reunia pessoalmente [se referindo a momentos presenciais] para discutir as atividades... na hora do intervalo e tal. [...] Isso foi bem legal e ajudou bastante, às vezes uma duvidazinha boba que eu tinha rapidamente acabava com a ajuda dela e eu também ajudei ela. Ajudei ela até no Fórum. No Fórum é até melhor, porque, quando a gente está na aula [referindo-se aula presencial] não dá para ficar conversando com o pessoal, sobre as atividades e ficar perguntando que resultado ele achou? Como ele fez? E nem pedir ajuda, porque senão vira uma bagunça e o professor não para de passar o conteúdo para gente ficar discutindo atividade. E no Fórum foi totalmente diferente e isso foi bom. **Lá todo mundo falava, ajudava.** A senhora tá entendendo o que eu tô falando? Na sala de aula a gente tem que ficar em silêncio e no fórum a gente tem **que falar e falar.***

Newton mencionou a importância de no espaço de Fórum ter-se a oportunidade de falar, de discutir respostas e estratégias. Ele fez uma comparação entre o modelo de aula que vivenciava presencialmente, pautada no silêncio, e o modelo de aula a distância (em especial esse ambiente construcionista para EaD), pautado na fala, do ter de falar, do que podemos chamar de “barulho produtivo” ocasionado pelas diferentes vozes, pela “ajuda” dos colegas no sentido de darem pistas sobre como estavam pensando. Destacamos também da fala de Newton a importância do espaço dado para discussão de atividades que são propostas, pois assim os alunos tem oportunidade de expor as conclusões encontradas durante o desenvolver da proposta.

O aluno Newton afirmou ainda que no fórum ele pode observar e dialogar com os demais e considerou esse espaço como um lugar melhor. Não é nossa intenção aqui falar sobre o que é melhor ou pior, até mesmo porque a comparação feita por Newton diferencia não apenas a EaD da educação presencial, como também diferencia um modelo pautado na transmissão de informação de outro pautado na construção do conhecimento. Dessa forma, intencionamos apenas falar que ao propormos atividades aos alunos, é importante que estes tenham oportunidade de investigar e dialogar com os demais colegas. Afirmamos isso, pois a aprendizagem na/a partir da interação com o outro (professora e /ou aluno) também acontece, como pode ser observado na fala de Newton “E no Fórum foi totalmente diferente e isso que foi bom. **Lá todo mundo falava, ajudava.**” Ajudava no sentido de dialogar, discutir a fim de que o entendimento mútuo fosse alcançado.

Newton afirmou ainda que não se sentia sozinho no AVA da disciplina, assim podemos afirmar a partir de sua fala, que ele se sentia assim por perceber que outras pessoas habitavam aquele ambiente. Pessoas que de alguma forma contribuíram para a aprendizagem dele e/ou que ele contribuiu com a aprendizagem delas. “Esse

sentimento de ‘estar acompanhado’ se revela ao percebermos que outros estão lá, em um espaço acessado a qualquer momento, que seremos ‘lidos/ouvidos’” (SCHERER, 2005, p.53).

Pelos registros de Newton no AVA e pelas suas afirmações na entrevista, podemos afirmar que Newton assumiu a atitude de habitante e como tal se responsabilizou “pelas suas ações e pelas dos parceiros” e, buscou “o entendimento mútuo, a ação comunicativa” (SCHERER, 2005, p.60), evidenciando possibilidades de aprendizagem sobre Derivadas em um ambiente construcionista, em um processo de educação a distância.

Newton mencionou ainda de forma detalhada como a proposta de atividades contribui para o estudo de Derivadas.

**Newton:** *De todas as aulas, essa [referindo a aula 2 sobre o problema do antibiótico e do galinheiro] foi a que eu mais gostei, porque é legal você ver esses problemas de aplicação da matemática. Eu acho super importante a gente saber onde usar a matemática, isso sem dúvida dá... sei lá... um ânimo para estudar. Eu não gosto de ficar fazendo exercícios sem entender de verdade para que serve, sempre foi assim desde o Ensino Médio. Por isso que nessa aula, resolver o problema do galinheiro e do antibiótico, foi tipo assim, empolgante. Enquanto eu não resolvi eu não sosseguei. Entre os dois problemas o do antibiótico foi mais fácil. [...] Já o do galinheiro no começo, quando eu vi essa atividade eu achei bem complexa, pois não tinha a função. Tínhamos que entender o problema para depois descobrir qual era a função.[...] Exigiu mais tempo para pensar, mas foi mais legal encontrar a solução também.*

Compreendemos da fala de Newton a importância de se criar um ambiente construcionista com produções relacionadas a diferentes contextos. Da fala de Newton na entrevista destacamos que as produções oportunizaram que esse aluno se motivasse, produzindo algo que lhe era interessante e que tinha significado para ele, o que resultou, como ele afirma ter sido “*mais legal encontrar a solução*”. Afirmações como: “*foi assim empolgante*” e “*dá um ânimo para estudar*”, evidenciam a motivação do aluno por aprender Cálculo.

Dando continuidade na análise apresentamos uma fala de Newton durante a entrevista, sobre o uso do computador para desenvolver as atividades propostas:

**Newton:** *Isso foi uma experiência super diferente, porque com o computador eu pude analisar melhor a situação que envolvia esse problema, porque assim, eh como eu vou explicar! Eu não me lembro exatamente qual era a função do galinheiro, mas eu lembro que sem o problema a função tinha como domínio os reais, mas como eu tinha encontrar uma função que representava o perímetro então eu olhei apenas para os valores positivos. E com o GeoGebra ficou fácil ver o domínio para a função. Eu lembro que eu fiquei movimentando aquele ponto e fiquei observando o valor do perímetro, e se eu não tivesse usado o GeoGebra não dava para fazer isso.[...] E a derivada também, porque assim deu pra ver direitinho quando a derivada era*

*nula e aí a gente tinha o menor perímetro. Então usar o GeoGebra para ver tudo isso aí foi, assim, uma forma interessante de aprender e com certeza quando eu for professor eu vou querer usar com os meus alunos dessa forma também.*

Pela fala de Newton podemos inferir que a escolha e o uso do software GeoGebra para desenvolver as atividades propostas possibilitou a ele uma análise que não seria realizada sem o uso dessa tecnologia. Ele afirmou que ficou movimentando o ponto sobre a curva que representava a função para observar valores assumidos pela função em diferentes pontos da curva. Essa ação, a estratégia de solução usada pelo aluno ao usar o GeoGebra, seria difícil, se não impossível, de se realizar com papel e lápis: como movimentar pontos ao longo da curva no papel? Nesse sentido, observa-se a importância não apenas da escolha do software, mas da atividade, de maneira a possibilitar que o aluno reflita sobre o problema proposto.

Outra informação importante oriunda da entrevista, considerando que é uma disciplina ofertada para um curso de Licenciatura em Matemática, cujo objetivo é a formação inicial de professores, foi a de que os processos de aprendizagem que esses acadêmicos vivenciam em sua formação poderão influenciar em suas futuras ações como docentes. Isso se observa na fala de Newton: *“Então usar o GeoGebra para ver tudo isso aí foi, assim, uma forma interessante de aprender e com certeza quando eu for professor eu vou querer usar com os meus alunos dessa forma também”*. Portanto, ao propormos aulas em um ambiente construcionista, podemos contribuir para que esses futuros professores também proponham aulas nesse tipo de ambiente e/ou com uso de tecnologias, de forma a favorecer a aprendizagem de seus alunos.

A proposta de atividades foi um dos elementos determinantes da vivência de um ambiente construcionista, como foi apresentado, mas, outro elemento tão importante quanto esse, é a atitude e ação da professora ao longo do processo de aprendizagem dos alunos, pois a forma como foram propostos os questionamentos e como se deu os diálogos nos fóruns possibilitou momentos de aprendizagem. Destacamos assim a fala dos alunos habitantes Newton e Cavalieri sobre as ações e atitude da professora que, segundo eles, favoreceram seus processos de aprendizagem. Vejamos então o excerto seguinte da fala de Cavalieri:

***Cavalieri: [...] Outra coisa que eu vi nos fóruns é que a senhora nunca dava resposta, sempre fazendo perguntas. Daí eu mesmo queria porque queria achar as repostas, aí eu pegava o Guidorizzi e pesquisava, estudava e olhava de novo o exercício. Eu acho que você [referindo-se ao papel da pesquisadora como professora] queria que a gente pensasse e chegasse ao resultado pelo nosso esforço. Né? Porque eu percebia isso e percebia também que você sempre chamava todo mundo pra conversar e que um ajudasse o outro para gente trabalhar junto, em equipe. Eu não imaginava que aula de Cálculo a distância pudesse ser assim.***

Da fala de Cavalieri inferimos que a abordagem construcionista da professora se evidencia na atitude de não dar resposta, mas oportunizar que o aluno construa conhecimento, propondo desafios que oportunizem que ele busque a solução de

problemas. E esse movimento de questionamento faz toda diferença quando se tem a intenção de propor o desenvolvimento de uma atividade com foco na construção do conhecimento do aluno, pois ao “dar resposta” o aluno não tem a oportunidade de investigar e encontrar a solução. Essa característica se fortifica na fala de Cavalieri ao afirmar que a professora **“queria que a gente pensasse e chegasse ao resultado pelo nosso esforço”**. Evidenciando assim o ambiente construcionista na qual o aluno se encontrava, pois nesse ambiente ele (aluno) coloca a mão na massa, tem que se “esforçar”, no sentido de tentar produzir algo, a partir da atividade proposta, e não ficar esperando uma resposta pronta fornecida pelo professor.

Outro destaque que damos é ao fato de o aluno afirmar que a professora sempre chamava todo mundo para a conversa. Inferimos dessa fala a postura de professora habitante, preocupada com as interações no grupo, com todos se responsabilizando pelas ações no ambiente, do grupo. Essa certeza fica evidenciada na seguinte fala: *“Porque eu percebia isso e percebia também que você sempre chamava todo mundo pra conversar e que um ajudasse o outro para gente trabalhar junto, em equipe”*.

Newton também comentou sobre o papel da professora durante o desenvolvimento da proposta de atividades:

**Newton:** *Veja bem, professora, no começo eu achei bem estranha a maneira como você falava com a gente, porque assim é diferente. Né?*

**Pesquisadora:** *Diferente por quê?*

**Newton:** *Sempre em forma de pergunta, deixando um suspense, que é uma coisa que é boa porque, daí assim a gente tem que correr atrás de conseguir as coisas. É boa mas não é fácil. Pesquisadora: Tente-me explicar melhor.*

**Newton:** *Bom é assim, quando a gente tinha um exercício para falar no Fórum, daí a gente conversava eu podia falar. O que eu sentia é que **a senhora queria me ouvir e que eu me esforçasse para encontrar uma solução. É numa experiência como essa que eu vejo que eu quero mesmo ser professor e quando eu for, vai ser assim... tipo.... ouvir eles [seus futuros alunos] e querer, assim que eles façam as coisas. Ser um professor diferente. Porque eu não quero chegar na sala de aula e lotar o quadro de matéria e pronto. Eu vou querer que eles falem, vou propor algo diferente com o computador e tudo... é acho que é mais ou menos isso.***

Iremos analisar dois pontos da fala de Newton, o primeiro relacionado a ações da professora em querer ouvir os alunos e oportunizar que eles falassem, buscassem respostas. Nesse sentido, a contribuição da atitude da professora está em assumir a abordagem construcionista, com questionamentos e sempre deixando um suspense no ar, que segundo Newton é algo bom, porém difícil para o aluno, pois precisa pensar, refletir e buscar soluções. As respostas não são dadas pelo professor ao aluno e por isso é mais difícil. Nessa perspectiva, o professor não é dono do saber, o saber é construído pelo aluno em interação com outros alunos e o professor.

Um segundo ponto é que as ações do professor podem ter contribuído para a formação desse futuro professor. Oportunizar essa experiência contribuiu para que Newton refletisse sobre sua futura profissão, como no recorte de sua fala: *“É numa experiência como essa que eu vejo que eu quero mesmo ser professor e quando eu for, vai ser assim... tipo.... ouvir eles (seus futuros alunos) e querer, assim que eles façam as coisas”*

E assim podemos considerar que a atitude da professora favoreceu o processo de aprendizagem de alguns alunos, pois possibilitou que eles vivenciassem momentos de reflexão, de estudo sobre as suas certezas.

Essas foram alguns dados obtidos na pesquisa que caracterizam como uma proposta de atividade, construída e desenvolvida em uma abordagem construcionista, oportunizou a aprendizagem de conhecimentos sobre Derivada.

## 5. Algumas considerações

Diante do objetivo proposto por esse artigo, de analisar possibilidades de aprendizagem de Derivadas oriundas da proposta de atividades e articulada com as ações da professora, consideramos que a proposta de atividades construída, com foco na abordagem construcionista possibilitou aos alunos momentos de ação, de produção, de investigação e de reflexão. O ambiente construcionista criado foi um espaço no qual esses alunos, segundo dados analisados, tiveram liberdade para falar, questionar, propor, contrapor, dialogar, agir e produzir. Mas isso foi possível porque tanto a proposta de atividades e o seu desenvolvimento, quanto as ações da professora estavam fundamentadas e orientadas na/pela abordagem construcionista. Pontuamos assim que criar um ambiente construcionista vai muito além de propor uma atividade com uso do computador, pois essa precisa ser pensada e articulada com ações do educador que contribua para aprendizagem dos alunos.

Sendo assim, ações da professora implicaram em possibilidades de aprendizagem para os alunos, pois contribuíram para que eles vivenciassem momentos de reflexão, de estudo, investigação, de questionamentos de suas certezas. A professora ao não fornecer respostas e desafiar para o levantamento e confirmação de conjecturas e proposições, oportunizou que alunos aprendessem em uma perspectiva de construção de conhecimento. Daí caracterizarmos o ambiente usado para o ensino de Cálculo como sendo construcionista.

## 6. Referências

ALMEIDA, L. M. W; SOUZA, L. G. S; FATORI, L. H. (2007) Ensino de Cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. *Revista Ciência e Tecnologia*, São Paulo, v.10, n.16, p. 47-59, jul. 2007.

BRASIL. Decreto n. 5.622 de 19 de dezembro de 2005. Regulamenta o art. 80 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da

educação nacional. Publicação eletrônica. Brasília, DF, 2005. Disponível em:<<https://www.planalto.gov.br//legislações/leis>>. Acesso em: 04 mai. 2014.

CABRAL, T. C; CATAPANI, E.(2003) Imagens e olhares em uma disciplina de Cálculo em serviço. *Zetetiké Revista de Educação Matemática*, São Paulo, v.11, n.19, p. 101-116, jun. 2003.

MALTEMPI, M. V. (2005). [Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas](#). In: *V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM)*. Porto, Portugal, 2005.

MORELATTI, M. R. M. (2001). *Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I*. Tese de doutorado em Educação - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

NASCIMENTO, J. L. do. (2000) Uma proposta metodológica para a disciplina de Cálculo I. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, VI., 2000, Rio de Janeiro. Anais...Rio de Janeiro: UFRJ, 2000. p.11-18.

PAPERT, S.(2008). *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artmed, 2008.

SCHERER, S.(2005). *Uma Estética Possível para a Educação Bimodal: aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais*. Tese de doutorado em Educação – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

VALENTE, J. A.(1999). *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

VALENTE, J. A. (2003). Educação a Distância no ensino superior: soluções e flexibilizações. *Interface –Comunicação, Saúde, Educação*, v7, n12, p. 139-142, fev 2003.

VALENTE, J. A. (2005). *A Espiral da Espiral de Aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação*. Tese (Livre Docência) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo, 2005.