



**CONGRESO
IBEROAMERICANO**
DE CIENCIA, TECNOLOGÍA,
INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

**CONGRESSO
IBERO-AMERICANO**
DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

LA ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA: UN RETO PARA LOS PROFESORES DE SECUNDARIA

MORENO, A.; CARDEÑOSO, J.M.

LA ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA: UN RETO PARA LOS PROFESORES DE SECUNDARIA

Moreno, Amable¹ ; Cardenoso, José María²

¹ **Universidad Nacional de Cuyo, Argentina**

² **Universidad de Cádiz, España**

¹ amoreno@fce.uncu.edu.ar

² josemaria.cardenoso@uca.es

LA ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA: UN RETO PARA LOS PROFESORES DE SECUNDARIA

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo, surge ante la necesidad de comunicar, algunos resultados reveladores, encontrados en las respuestas a un cuestionario, completado por 908 estudiantes del Profesorado de Biología y del Profesorado de Matemática de la provincia de Mendoza, Argentina. En el mismo, se consideraron situaciones probabilísticas, que requerían de interpretaciones, argumentaciones, estimaciones y toma de decisiones, en situaciones de incertidumbre (Moreno, Cardeñoso y González-García; 2012, 2013a, 2013b, 2014a, 2014b, 2014c).

Como formadores de profesores de secundaria, consideramos que existen dos motivos que justifican la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en los niveles de primaria y de secundaria. El primero, es que la probabilidad es un contenido tanto de la matemática como de la estadística, y permite abordar temas más avanzados o temas de otras ciencias. El segundo, es que la probabilidad es esencial para ayudar a preparar a los estudiantes para la vida, ya que los eventos aleatorios y los fenómenos casuales surgen cotidianamente en nuestros entornos. Es decir que, existen consideraciones internas y externas, que no se excluyen, y que deben influir en el pensamiento de los educadores para asumir el reto que implica la alfabetización probabilística del ciudadano (Moreno, Cardeñoso y González-García; 2011).

En particular, en este trabajo nos situamos en el nivel de secundaria y nos centramos en el modelo de *alfabetización probabilística*, propuesto por Gal (2005); es decir, en el conocimiento y las disposiciones que los estudiantes necesitan para ser considerados alfabetizados con respecto a temas probabilísticos del mundo real; en este sentido es importante la formación que reciba el estudiante para profesor de Matemática (Moreno y Cardeñoso, 2014b; Moreno, Cardeñoso y González-García, 2014c).

MARCO CONCEPTUAL DE REFERENCIA

Nuestro marco conceptual de referencia está conformado por el modelo de alfabetización probabilística propuesto por Ido Gal (2005); y el sistema de categorías propuesto por Cardeñoso (2001) para la determinación de tendencias de pensamiento probabilístico de los profesores de matemáticas.

Modelo de alfabetización probabilística de Ido Gal (2005)

Los conocimientos y las disposiciones que los estudiantes necesitan para ser considerados alfabetizados probabilísticamente, de acuerdo al modelo de Gal (2005) son los siguientes.

La alfabetización probabilística se construye sobre la base, de lo que se entiende por alfabetización de adultos, alfabetización numérica y alfabetización estadística. Además, para el logro de la misma se requiere de la consideración de cinco elementos

básicos de conocimientos relacionados con la probabilidad; y algunas disposiciones que deben tener los adultos para poder ser capaces de interpretar con eficacia y participar en situaciones probabilísticas del mundo real.

Para Gal (2002) el término alfabetización se utiliza para describir la capacidad de las personas para el comportamiento orientado a metas, y sugiere un amplio grupo de conocimientos de hechos; ciertas habilidades formales e informales, además de las creencias deseadas, actitudes, hábitos de la mente, y una perspectiva crítica.

En particular, la alfabetización numérica se centra en la capacidad y propensión de las personas a interactuar de forma efectiva y críticamente con los aspectos cuantitativos del mundo de los adultos. Gal (2000) define la alfabetización numérica como el conjunto de habilidades, conocimientos, factores disposicionales (creencias, actitudes, hábitos de la mente), capacidad para la resolución de problemas y de comunicación; que los individuos necesitan para participar y gestionar eficazmente las situaciones aritméticas.

Mientras que a la alfabetización estadística, que está estrechamente vinculada a la cultura estadística; Gal (2002) la define como la capacidad de las personas para interpretar, evaluar críticamente, y cuando sea pertinente expresar sus opiniones respecto a la información estadística, los argumentos relacionados con los datos, o fenómenos estocásticos. Para este autor, el comportamiento alfabetizado estadísticamente exige la activación conjunta de los componentes cognitivos y disposicionales. La componente cognitiva implica cinco tipos de conocimientos: habilidades de alfabetización, conocimientos estadísticos (incluyendo un cierto conocimiento de la probabilidad), el conocimiento matemático, contextual o el conocimiento del mundo, y conocimiento de las cuestiones fundamentales que hay que formular. El componente disposicional implica la presencia de una posición crítica, es decir, la disposición a adoptar actitudes, cuestionando ciertas creencias, como la creencia en el poder de los procesos estadísticos, la creencia en su propio pensamiento estadístico, y la creencia en la legitimidad de la adopción de una perspectiva crítica sobre la información que uno recibe de fuentes presumiblemente de expertos. También, Rumsey (2002) considera que, no sólo se debe tener en cuenta los conocimientos y destrezas que necesitan poner en juego los adultos para enfrentarse a la información estadística, sino que también cuentan las disposiciones de los mismos, sus creencias, actitudes; priorizando la actitud crítica.

Esta noción de alfabetización se caracteriza por dos rasgos definitorios que son el contexto social y el uso individual. La caracterización dependiendo del contexto social está relacionada con la noción de alfabetización funcional del adulto, al considerar que esta varía y depende del entorno y del contexto de cada sociedad o comunidad en un momento concreto. Esta definición le permite a Gal separar a los adultos alfabetizados en dos grupos: los productores de datos (que están implicados en la producción y el análisis de los datos) y los consumidores (que participan en la lectura, escucha o visualización de datos estadísticos y las interpretaciones que de ellos se dan). Esta caracterización de "consumidor estadístico", enfatiza el carácter pasivo de la actuación ante la producción y análisis de datos. Pasividad que no se refiere a la puesta en juego de capacidades definición, discusión y comunicación de lo opinado de forma crítica de la interpretación y análisis de lo leído, sino que se refiere a la comunicación de los datos ya producidos para que estos sean consumidos por otros. Por otra parte, Schield (2010, pág. 140), redefinió el concepto de alfabetización estadística, describiendo quienes son los usuarios de la misma: "la alfabetización estadística es la habilidad de leer e interpretar resúmenes estadísticos en los medios cotidianos: en gráficos, tablas,

afirmaciones y ensayos. La alfabetización estadística es necesaria para los consumidores de datos". Este autor también define la noción de competencia estadística "como la habilidad de producir, analizar y resumir estadísticas detalladas en estadísticas y estudios" (Schield, 2010, pág. 140).

En este sentido, cabe mencionar el proyecto EarlyStatistics, en el que colaboraba la Universidad de Cádiz, que recibió en el año 2009, conjuntamente con MathStats el "Premio al Mejor Proyecto Cooperativo" titulado "Mejora de la Enseñanza y el aprendizaje del Razonamiento Estadístico temprana en las escuelas europeas" <http://www.earlystatistics.net/>, fue un innovador programa de desarrollo profesional para la enseñanza y el aprendizaje del razonamiento estadístico en los niveles de Primaria y Secundaria en Europa. Este proyecto apuntó al desarrollo del razonamiento estadístico de los estudiantes; con el que se pretendía mejorar la calidad de la educación estadística en las escuelas europeas, facilitando la colaboración intercultural de profesores que utilizan las herramientas tecnológicas y educativas contemporáneas, como así también materiales y recursos basados en la web a modo de ejemplo. En este proyecto se utilizó la educación a distancia para ofrecer experiencias innovadoras de alta calidad para los maestros geográficamente dispersos en toda Europa.

Para Usiskin (2014) la estadística en el pasado, sólo se presentaba en el nivel universitario como parte de las matemáticas, pero en la actualidad aparece en el currículum de los primeros años de la escolaridad. Esto tiene grandes ventajas; aparece la matemática como la segunda asignatura académica más importante, detrás de la lectura y las artes del lenguaje. Pero a medida que las estadísticas se han vuelto más importantes, sus conexiones con la alfabetización cotidiana, la ciencia, la salud y las ciencias sociales sugieren la consideración de la estadística en el currículum desde escuela primaria, además de reconsiderar sus relaciones con las matemáticas.

En general, las personas necesitan estar "alfabetizados probabilísticamente" como parte integrante de la alfabetización estadística; para hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones.

Los componentes básicos de la alfabetización probabilística según Gal son ciertos conocimientos y ciertas disposiciones, que interactúan entre sí de manera compleja durante el comportamiento o aprendizaje real. Esto significa que un enfoque de instrucción sólo en uno de los elementos no será suficiente para desarrollar un "comportamiento alfabetizado probabilísticamente".

Los elementos de conocimiento son:

- 1) Las grandes ideas: variación, aleatoriedad, independencia, previsibilidad e incertidumbre.
- 2) El cálculo de probabilidades: las distintas maneras de encontrar o estimar la probabilidad de un evento.
- 3) El lenguaje: Los términos y los métodos utilizados para comunicar el azar.
- 4) El contexto: Entender el papel y las implicaciones de las cuestiones probabilísticas y los mensajes en diferentes contextos y en el discurso público y personal.

Algunos aspectos de estas ideas pueden ser representados por símbolos matemáticos o términos estadísticos, pero su esencia no puede ser capturada totalmente por notaciones técnicas. Los estudiantes deben comprender la naturaleza totalmente abstracta de estas ideas sólo intuitivamente en los niveles no universitarios.

Así, para Gal (2005) el azar es una construcción resbaladiza que ha sido debatida por muchos estadísticos. Para Bennett (1998) es una propiedad de un resultado, por ejemplo, la disposición de caras y cruces en veinte lanzamientos de una moneda. Mientras que, para algunos autores la aleatoriedad se refiere al proceso por el cual una disposición se produjo. Desde este punto de vista, un proceso “al azar” es un proceso donde los acontecimientos en el mundo ocurren sin una causa determinista subyacente o un diseño que es totalmente predecible (Beltrami, 1999). Dado el carácter esquivo de la noción de aleatoriedad, muchas veces se define de manera informal.

La independencia implica que los eventos no están conectados, y que un evento no se puede predecir de otro.

En cuanto a la variación, su necesidad de cuantificación o de reducción, suele presentarse como la motivación básica para cualquier tipo de investigación estadística. Resultando indispensable la presencia de la variación para introducir las ideas de azar y aleatoriedad.

Las nociones de aleatoriedad, independencia y variación deben ser entendidas como bloques de construcción para la comprensión de otro par de ideas complementarias: previsibilidad y la incertidumbre, que están relacionadas con las de riesgo y confianza.

La previsibilidad y la incertidumbre se relacionan con el estado de nuestro conocimiento en general acerca de la probabilidad de un evento (por ejemplo “ganar la lotería”, “que granice esta noche”). Podemos ser capaces de hablar de probabilidad de un evento. Sin embargo, hablar de probabilidad, no es lo mismo que hablar de previsibilidad o sobre nuestra certeza respecto de la ocurrencia del evento. La previsibilidad de un evento depende de nuestros supuestos sobre los procesos que afectan la ocurrencia de ese evento y la calidad de la información que utiliza para apoyar las estimaciones de probabilidad.

Al utilizar dispositivos generadores de azar, por ejemplo el lanzamiento de una moneda, uno puede ser capaz de afirmar que hay una probabilidad de un 50% de posibilidades de obtener cara en lanzamientos repetidos de la moneda. Aquí se describe el resultado esperado a largo plazo, a pesar de nuestra incapacidad para saber a ciencia cierta lo que va a ocurrir en cada lanzamiento individual. Llegamos a esta conclusión porque podemos reflexionar sobre los procesos subyacentes; en la medida en que implican aleatoriedad o independencia; y podemos llevar a cabo experimentos y analizar la estabilidad de las frecuencias a largo plazo.

Los eventos que no han sido creados exclusivamente por dispositivos de generación aleatoria, se ven influidos por los procesos adicionales que no podemos saber completamente o entender. En estos casos hay que describir nuestro nivel de confianza en nuestras predicciones y hacer una declaración de certeza. Las declaraciones de certeza se pueden manifestar de la siguiente manera: “Un médico neurólogo podría decir, estoy bastante seguro de que su dolor de cabeza no se debe a un problema neurológico grave”. Formalmente, las nociones de certeza son plasmadas en conceptos estadísticos como “margen de error” o el “nivel de significación”, cuya comprensión requiere familiaridad con el muestreo aleatorio, las distribuciones muestrales, y por lo tanto con las grandes ideas subyacentes de la aleatoriedad, la independencia, la variación y la certeza.

Los estudiantes tienen que estar familiarizados con los métodos para encontrar la probabilidad de eventos, a fin de entender los estados probabilísticos realizados por

otros, o para generar estimaciones sobre la probabilidad de eventos y comunicarse con otros sobre ellos. Por lo que los puntos de vista de la probabilidad, son intuitivo, clásico, frecuentista, subjetivo y axiomático (Batanero, Henry y Parzysz, 2005)

Los estudiantes deben conocer el lenguaje acerca de las diversas formas de utilizar para representar y comunicar azar y probabilidad. Es decir, debe estar familiarizado con términos y frases relacionadas con construcciones abstractas pertinentes, y con las diferentes formas de representar y hablar sobre la posibilidad de la ocurrencia de eventos reales.

Por otra parte, las palabras que describen conceptos abstractos abundan y se utilizan en una amplia variedad de formas, dentro de la escuela como fuera de ella. Los alumnos deben tomar conciencia del hecho de que los significados de los términos usados en clase son a menudo más limitados o precisos que cuando se utilizan en la vida cotidiana. Los profesores deben asistir no sólo a explicar los conceptos abstractos en un lenguaje claro y utilizarlos de una manera coherente; además deben lograr que los estudiantes sean capaces de hablar con comprensión sobre tales términos.

Los estudiantes deben tener la posibilidad de describir, de forma oral y por escrito, su pensamiento y la comprensión de las probabilidades y las certezas, y deben ver cómo otros lo hacen. Esto puede ayudar a los estudiantes a darse cuenta que las personas que usan el mismo lenguajes del azar pueden significar diferentes cosas, y tales experiencias pueden mejorar las habilidades de los estudiantes para elegir el lenguaje correspondiente (Beyth-Marom & Dekel, 1985; Konold, 1991)

Gal (2005) introduce la noción de “conocimiento del contexto” para que las personas conozcan acerca de:

- a) lo que es el papel o el impacto de la casualidad y el azar en diferentes eventos y procesos, y
- b) cuáles son las áreas comunes o situaciones donde las nociones de azar y probabilidad pueden surgir en la vida de una persona.

El conocimiento perteneciente al contexto es necesario desde un punto de vista funcional como desde un punto de vista educativo. Entendiendo que el azar y la aleatoriedad afectan los acontecimientos y procesos del mundo real en diferentes grados, permite a las personas prever que ciertos eventos serán más predecibles, mientras que otros no tanto.

Sistema de Categorías para la determinación de tendencias de Pensamiento Probabilístico propuesto por Cardeñoso (2001)

Desde la investigación exploratoria sobre las tendencias de pensamiento existentes entre los futuros profesores de matemáticas, sobre el concepto de azar (Azcárate, 1995);, aleatoriedad (Azcárate, 1995; Batanero y Serrano, 1995); y probabilidad, (Azcárate, 1996; Azcárate, Cardeñoso y Porlán, 1998) se estandariza dichas sistemas de ideas en la investigación Cardeñoso (2001), para lo cual se completa y valida un cuestionario relativo a cierto sistema de categorías, de carácter epistémico (Azcárate, 1995) sobre el campo de conocimiento estocástico en general y atendiendo en particular, a las concepciones que han existido a lo largo de la historia, sobre de las idea de azar, aleatoriedad y probabilidad.

Cardeñoso plantea la estructura y contenido del instrumento de recogida de la información, al que denomina “*Cuestionario de Concepciones Probabilísticas*” a partir del siguiente sistema de categorías (Tabla 1). Este cuestionario fue sometido a una evaluación de jueces; y además se le midió el índice de fiabilidad arrojando resultados significativos al nivel de confianza superior al 95% para todas las parejas de ítems con contenido similar.

Tabla 1. Sistema de Categorías elaborado por Cardeñoso (2001)

| DENOMINACIONES | SIGNIFICADO |
|------------------|---|
| CAUSALIDAD | Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control. |
| MULTIPLICIDAD | Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo del fenómeno. |
| INCERTIDUMBRE | Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad del suceso, sin profundizar en su explicación o análisis. |
| SUBJETIVA | Argumentaciones en las que utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva. |
| CONTINGENCIA | Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la comparación entre los casos favorables y desfavorables de un suceso. |
| LAPLACIANA | Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la proporción entre los casos favorables y desfavorables del fenómeno. |
| FRECUENCIAL | Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en la lectura frecuencial del fenómeno o de la información aportada. |
| EQUIPROBABILIDAD | Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en justificaciones desde la equiposibilidad entre los resultados del fenómeno. |
| EXPERIENCIAL | Argumentaciones estimativas de cuantificación de la probabilidad basadas en criterios fruto de la experiencia personal. |

Los resultados del cuestionario le permitieron encontrar cinco tendencias de pensamiento probabilístico estables entre los profesores de educación primaria en

actividad docente de Andalucía, sobre la base de 598 respuestas, que representan más del 14% de la población de profesores en servicio activo de Educación Primaria de la Comunidad de Andalucía (España) de unos 9 millones de habitantes. Las tendencias encontradas son:

1º Tendencia de Pensamiento: Determinista

Se presenta un primer nivel, en el que se sitúan aquellos profesores que tienen una gran dificultad para reconocer la aleatoriedad de los eventos. Representa a la cuarta parte de los profesores encuestados. Realizan siempre un análisis causal del fenómeno y sólo cuando la causa de su ocurrencia es desconocida o claramente incontrolable, entonces es aleatorio.

2º Tendencia de Pensamiento: Contingente

Es un nivel un poco más avanzado que el anterior, representa la octava parte de los profesores encuestados. Se caracteriza por reconocer un número considerable de las situaciones como aleatorias, aproximadamente el 50% y el argumento más utilizado es el reconocer “múltiples posibilidades de ocurrencias del suceso” y casi ausencia de argumentaciones basadas en la incertidumbre. Para la estimación de probabilidades, este sujeto no tiene problemas en realizar comparaciones con herramientas matemáticas, de tipo aditivo, que representa la relación aditiva entre los casos favorables y desfavorables. Esta estrategia se ha mostrado de gran importancia para una tipología limitada de situaciones, que ha llamado pre-probabilísticas.

3º Tendencia de Pensamiento: Causalidad

En un nivel intermedio podemos considerar a este grupo; formado por un tercio de sujetos aproximadamente. Este grupo presenta un alto reconocimiento de la aleatoriedad, en un 75% de las situaciones propuestas y argumentan mayoritariamente a través de justificaciones de tipo causal. Los fenómenos aleatorios ocurren por la confluencia incontrolable de las causas. Presentan una utilización muy limitada de modelos normativos e instrumentos combinatorios y valoran muy poco el posible tratamiento matemático de este tipo de fenómenos. Para la estimación de la probabilidad, se aprecia una ausencia de razonamiento desde las posturas normativas, presentando unos valores mínimos en las argumentaciones tipo Frecuencial y Laplaciana. Presenta un uso medio de la Contingencia y sobresale la explicación desde la Equiprobabilidad del suceso, bien desde su acepción posibilista, bien heurística o sesgada.

4º Tendencia de Pensamiento: Personalista

En un nivel un poco más avanzado está esta tendencia que se caracteriza por mantener un reconocimiento un poco por encima de la mitad de las ocasiones, pero su reconocimiento medio supera al grupo determinista y el de contingencia. La argumentación subjetiva es el tipo de respuesta máxima que presenta que presenta como característico de esta tendencia de pensamiento, de donde proviene su etiqueta como *Personalista*: Se caracteriza por ser el grupo que menos utiliza las argumentaciones causales para reconocer la aleatoriedad de la situación y denota un uso casi mínimo de la argumentación realizada desde la de Multiplicidad. En la estimación de las probabilidades presenta los dos máximos en las argumentaciones de tipo Frecuencial y Experimental, aunque la Laplaciana también la usa por encima de la media. Por lo tanto, es una tendencia que depende más del sentido heurístico,

como síntesis de su experiencia personal, para poder realizar y justificar las asignaciones.

5º Tendencia de Pensamiento: Incertidumbre

En un nivel sensiblemente más evolucionado está este grupo. Este pequeño grupo de sujetos presenta también un alto rango de reconocimiento de la aleatoriedad, pero su argumento explicativo básico es el reconocimiento del resultado incierto del fenómeno. Presentan una baja presencia de modelos explicativo de naturaleza normativa y de instrumentos combinatorios. Ante este tipo de situaciones, confían más en los datos que les aporta su experiencia que los que pueden resultar de un estudio matemático del fenómeno. Sin embargo, la Contingencia y la lectura clásica, son la base sobre la que se realiza más de la mitad de las estimaciones; las de tipo Frecuencial, Equiprobabilidad y Personalistas son la otra mitad de las estimaciones realizadas. Se destaca el uso de la categoría de Incertidumbre.

En conclusión, los datos obtenidos en los estudios empíricos nos ofrecen una imagen global de las concepciones de este grupo de profesores en ejercicio de su profesión, que reflejan características propias de un conocimiento probabilístico de naturaleza fundamentalmente intuitiva, cercano a un conocimiento cotidiano del mundo de la incertidumbre, claramente insuficientes para la educación estadística que han de desempeñar en su aula de clase, como afirman Cardeñoso y Azcárate (2004).

DISEÑO METODOLÓGICO

Al objeto de mejorar la formación inicial de los profesores de Ciencias y Matemáticas, requerimos conocer y tipificar los sistemas de ideas existentes entre los futuros profesores de secundaria, en el ámbito latinoamericano. Desde estos datos, ya podemos cuestionar su idoneidad para la necesaria y esperada alfabetización estadística. Para lo cual, se investiga a los estudiantes que más directamente han de trabajar estas temáticas indeterministas, como son los futuros docentes de Biología y Matemáticas.

Para realizar dicho estudio se decide que la Población Estudiada esté compuesta por todos los estudiantes de los profesorado de nivel superior no universitario de Biología (325 estudiantes) de los institutos 9-001, 9-002, 9-004, 9-011 y TP-013; y de Matemática (583 estudiantes) de los institutos 9-002, 9-006, 9-009, 9-011, 9-013, 9-023, 9-024, 9-026, TP-13 de la provincia de Mendoza.

El método aplicado fue la encuesta; y el instrumento un cuestionario que se construyó sobre la base del cuestionario creado por Cardeñoso (2001), sobre el cual se hicieron modificaciones para adaptarlo nuestro contexto sociodemográfico. El cuestionario superó todas las pruebas de validación: validez de contenido e índices de dificultad de los ítems; validez discriminante; consistencia interna; validez de constructo; y además se obtuvieron altos índices de generalizabilidad a otros ítems y a otros estudiantes (Moreno, Cardeñoso y González-García; 2010).

En el cuestionario podemos definir tres dimensiones: el contexto (características sociodemográficas de los estudiantes); el reconocimiento de la aleatoriedad de distintos sucesos con sus respectivas argumentaciones, y la estimación de la probabilidad de sucesos con sus argumentaciones. Está conformado por veinticuatro ítems relativos al contexto; doce al reconocimiento de la aleatoriedad y otros doce

relativos a la estimación de la probabilidad. Los ítems de las dos últimas dimensiones se refieren a sucesos del ámbito lúdico, cotidiano y físico-natural. La presentación de fenómenos aleatorios en distintos contextos permite que los estudiantes realicen la explicitación de conflictos cognitivos. Además, estos ítems contemplan las grandes ideas propuestas por Gal (2005); es decir, variación, aleatoriedad, independencia, probabilidad.

En el caso de las repuestas dadas por los estudiantes para profesor de biología, éstas se transformaron en variables cuantitativas, que sometidas al análisis de clusters permitió obtener cuatro grupos diferenciados; y la posterior aplicación del análisis discriminante confirmó esta clasificación, informando que el 93,8% de los estudiantes habían sido clasificados correctamente.

Por otra parte, el análisis de clusters aplicado a las respuestas de los estudiantes para profesor de matemática, reveló la presencia de cuatro grupos, y el análisis discriminante reveló que el 93,3% de los estudiantes habían sido clasificados correctamente por el análisis de clusters.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como afirma Usiskin (2014, pág. 1), "cada graduado de la escuela debe ser capaz de utilizar el razonamiento estadístico con el fin de hacer frente inteligentemente con los requisitos de la ciudadanía, el empleo y la familia, y para estar preparados para una vida sana, feliz y productiva " citando a Franklin (2007).

Actualmente, los egresados del nivel medio no están familiarizados con los principios de la razonamiento estadístico, y mucho menos son capaces de utilizarlos. En muchos lugares, sólo una pequeña minoría de los estudiantes están expuestos a estas ideas. A la pregunta básica cómo y dónde debemos enseñar estadística, cuando hay tantos otros temas que compiten en este tiempo. Usiskin (2014, pág. 11) nos dice que debemos "esforzarnos para incrementar el conocimiento de la probabilidad en todos los estudiantes, ya sea o no la intención en la educación superior, con el fin de reflexionar y para que todos logren la comprensión necesaria para manejarse sabiamente con los datos que rodea en todos los aspectos de sus vidas".

Por nuestra parte, creemos que primero hay que conocer nuestra realidad y en segundo lugar actuar para modificarla, en todo lo necesario.

De esta forma, a partir de los resultados obtenidos del cuestionario completado por los 325 estudiantes para profesor de Biología y los 583 estudiantes para profesor de Matemática; hemos aplicado técnicas como la transformación de las respuestas de los estudiantes en variables cuantitativas, el análisis de clusters y el análisis discriminante,

Resultados de las respuestas de los estudiantes del Profesorado de Biología

En primer lugar analizamos las respuestas de los estudiantes de Biología. El análisis de clusters detectó la presencia de cuatro clusters diferenciados; y posteriormente el análisis discriminante confirmó esta clasificación.

Se obtuvieron cuatro tendencias de pensamiento probabilístico, en orden de complejidad creciente fueron; entendiendo este orden jerárquico desde nuestra

mirada, es decir, la alfabetización probabilística: determinista, personalista, incertidumbre y contingencia. Esto significa que se requiere un mayor trabajo, en primer lugar con los estudiantes que integran la tendencia determinista, en segundo lugar con los que integran la tendencia personalista, y así sucesivamente.

Grupo 1: Tendencia Determinista

Este grupo está integrado aproximadamente por 15% (48) de los estudiantes es el tercer grupo en importancia numérica. Es el que logra el menor reconocimiento de la aleatoriedad, aproximadamente cada estudiante reconoce cuatro ítems como aleatorios, en promedio de los doce propuestos. En este grupo encontramos los valores máximos para la negación incorrecta de la aleatoriedad desde la Causalidad, la Multiplicidad y la Incertidumbre, lo que nos lleva a identificarlo como el más determinista de los grupos. Sin embargo, en este sentido son los que menos argumentan desde la Subjetividad, cuestión que suele coincidir con su apropiación de los modelos deterministas escolares. Se destaca la presencia de los valores mínimos para las categorías correspondientes al reconocimiento de la aleatoriedad desde la Causalidad y desde la Multiplicidad. Así, también manifiestan un uso máximo de la Equiprobabilidad en la estimación de la probabilidad; la que representa un sesgo y no una argumentación apropiada, debido a que la mayoría de los sucesos corresponden a espacios muestrales que no son equiprobables. Este sesgo fue estudiado por Lecoutre (1985, 1992) y Durand (1988) y Lecoutre y Cordier (1990); para quienes las personas que presentan este sesgo consideran que el resultado del experimento "depende del azar" y en consecuencia todos los posibles resultados son equiprobables.

Por otra parte, la categoría Experiencial toma el valor mínimo en este grupo; y la Contingencia con un valor que es ligeramente inferior al valor medio poblacional.

Grupo 2: Tendencia Personalista

Es el grupo más reducido, integrado por cuatro estudiantes, que representan al 1,23% (4) de la población. Ocupa el segundo lugar en el reconocimiento de la aleatoriedad conjuntamente con el grupo "Contingencia". Es decir, cada estudiante reconoce, en promedio, como aleatorios entre siete y ocho ítems de los doce. Cuando afirma la aleatoriedad lo hace desde la Causalidad y desde la categoría Subjetiva con valores máximos. Cuando niega la aleatoriedad, también lo hace desde la Causalidad y desde la subjetividad con valores máximos.

Las categorías argumentativas de la estimación de la probabilidad que alcanzan en este grupo los valores mínimos son: Contingencia, Laplaciana, Frecuencial y Equiprobabilidad, a excepción de la categoría Experiencial que emerge con un valor máximo sorprendente. Este uso de la categoría Experiencial nos habla de la presencia de una probabilidad subjetiva, la que para Kahneman y Tversky (1972), representa el "heurístico de representatividad"; consiste en la ordenación de los acontecimientos en base a su probabilidad subjetiva.

Esta tendencia se caracteriza por hacer uso de sus creencias y de sus experiencias de vida, que le permiten identificar y justificar la naturaleza de los fenómenos.

Grupo 3: Tendencia a la Incertidumbre

Este es el segundo grupo en importancia numérica, representa aproximadamente al 41% (133) de los estudiantes y es el que logra el mayor reconocimiento de la

aleatoriedad, en promedio cada estudiante afirma la aleatoriedad de aproximadamente diez de los doce ítems propuestos. Esta afirmación la hace fundamentalmente basándose en la Incertidumbre, ya que esta variable alcanza el valor máximo en este grupo. También estos estudiantes argumentan desde la Causalidad y desde la Multiplicidad con valores superiores a las medias correspondientes de las variables. Cabe destacar que la afirmación de la aleatoriedad desde la categoría Subjetiva tiene poca presencia, alcanza el valor mínimo en este grupo. Cuando niegan la aleatoriedad lo hacen desde la Causalidad, la Multiplicidad y desde la Incertidumbre con valores mínimos en relación con los grupos: Determinista y Contingencia. Cuando debe estimar la probabilidad se basa en la Equiprobabilidad, categoría que alcanza el máximo valor en este grupo y representa un verdadero sesgo; y que es aplicada en más de la mitad de los ítems, cuestión que es coherente con su caracterización como indeterminista incipiente. Mientras que el resto de las argumentaciones se basan en: Contingencia, Laplaciana, Frecuencial y Experiencial con valores inferiores a las medias poblacionales.

Grupo 4: Tendencia a la Contingencia

Es el grupo más numeroso, representa aproximadamente al 43% (140) de los estudiantes. Un estudiante de este grupo reconoce como aleatorios, en promedio, aproximadamente entre 7 y 8 ítems de los doce; por lo que ocupa el segundo lugar en el reconocimiento de la aleatoriedad; y cuando lo hace argumenta fundamentalmente desde la Multiplicidad y desde la Causalidad con valores que superan a las respectivas medias poblacionales. Pero más que las anteriores argumentaciones, aplica la categoría de Incertidumbre, pese a usarla con un valor inferior a la media. Cuando recurre a la categoría Subjetiva lo hace con un valor aproximadamente igual a la media. La negación de la aleatoriedad la basa fundamentalmente en la Causalidad con un valor superior a la media y desde su propia Subjetividad superando ligeramente a la media.

En la estimación de la probabilidad, se destaca la presencia de la Contingencia con un valor máximo, que ha permitido darle esta denominación, sobre todo entendiendo el uso de la Multiplicidad del fenómeno que posee. También usa la categoría Laplaciana y la Frecuencial con valores superiores a las medias poblacionales. Se destaca la ausencia de categorías argumentativas desde la Experiencial.

Si bien esta tendencia de pensamiento logra un menor reconocimiento de la aleatoriedad que la anterior (Incertidumbre), sus estimaciones probabilísticas plantean argumentos más acordes con las concepciones formales de probabilidad.

Resultados de las respuestas de los estudiantes del Profesorado de Matemática

Grupo 1: Tendencia Determinista

Esta tendencia de pensamiento representa aproximadamente al 24% (139) de los estudiantes que completaron el cuestionario. Es el que logra el menor reconocimiento de la aleatoriedad; cada estudiante, en promedio reconoce entre seis y siete ítems como aleatorios de los doce propuestos. Este hecho fue el que motivó la denominación del grupo. Cuando niega la aleatoriedad lo hace desde la Multiplicidad y desde la Incertidumbre, categorías que alcanzan valores máximos en este grupo; mientras que la Subjetividad alcanza el valor mínimo en este grupo. La estimación de

la probabilidad la hacen desde la contingencia y la Equiprobabilidad con valores que superan a la media poblacional. En este sentido algunos estudiantes manifestaron el heurístico "outcome approach"; las personas que presentan esta concepción, evalúan las probabilidades comparándolas con los valores 0%, 50% y 100%. Si una probabilidad se acerca a 0% o a 100%, el suceso se considerará como imposible o seguro, respectivamente. Sólo si se acerca al 50% se considerará verdaderamente aleatorio (Konold, 1991).

Grupo 2: Tendencia Personalista

Este grupo está integrado aproximadamente por el 23% (137) de los estudiantes; siendo el grupo menos numeroso. Es el tercer grupo en el reconocimiento de la aleatoriedad; un estudiante de este grupo reconoce como aleatorios, en promedio, a seis de los doce ítems propuestos. Es este grupo el que más usa de la Subjetividad en la afirmación de la aleatoriedad, alcanzando el valor máximo, si bien tiene mayor presencia la Incertidumbre en el reconocimiento de la aleatoriedad, pero el valor que alcanza es inferior a la media poblacional. Mientras que la Causalidad y la Multiplicidad alcanzan valores mínimos en este grupo. Cuando niega la aleatoriedad, argumenta desde la Causalidad y desde la Subjetividad; categorías que alcanzan valores máximos en este grupo. En algunos estudiantes aparece el sesgo determinista, que se presenta cuando se realiza un razonamiento causal, aquel que asocia causas y efectos a los fenómenos que acontecen. Una concepción causal espontánea responde a una determinada visión, a un modo de ver y explicar cómo se desarrollan los acontecimientos. Disponen de todo un cuerpo de causas que dan lugar a una consecuencia bien definida (Borovcnik y Bentz, 1991; Borovcnik y Peard, 1996). Cuando estiman la probabilidad lo hacen desde las categorías Frecuencial y Experiencial con valores máximos en este grupo, lo que es esperable de un sujeto que responde desde su experiencia de vida personal. Así, algunos estudiantes estimaron la probabilidad de un suceso según la facilidad con que recordaron ejemplos en los que ocurrió dicho fenómeno o por la facilidad con que pueden generarse ejemplos del mismo; representando el "heurístico de accesibilidad" (Kahneman y Tversky, 1972).

Grupo 3: Tendencia a la Incertidumbre

Este grupo concentra a casi el 27% de los estudiantes encuestados (159). Los integrantes de este grupo son los que logran el mayor reconocimiento de la aleatoriedad; en promedio un estudiante de este grupo reconoce aproximadamente entre 9 y 10 ítems entre los 12 propuestos. Fundamenta este reconocimiento fundamentalmente desde la Imprevisibilidad del suceso, en promedio cada estudiante fundamenta la aleatoriedad desde la Incertidumbre en casi 6 ítems; superando ampliamente al valor medio poblacional, que es de 3,92; esta es la causa que ha motivado la denominación del grupo.

En segundo lugar, fundamenta desde la Multiplicidad, con un valor que supera al valor medio de la población; es decir que, considera la multiplicidad de resultados distintos que pueden ocurrir ante el planteo del suceso. Pero no por esto, se descartan los argumentos causales, ya que la presencia de los mismos tienen cierta relevancia, dado que superan al valor de la media poblacional, mientras que la categoría Subjetiva alcanza el valor mínimo en este grupo. En relación con la negación de la aleatoriedad, los valores que toman las distintas categorías son mínimos; en particular, la Causalidad y la Multiplicidad. En cuanto a la estimación de la probabilidad, la Equiprobabilidad alcanza en este grupo el valor máximo, y supera ampliamente al

valor de la media poblacional, lo que representa un verdadero sesgo. Sin embargo, las categorías Contingencia, Laplaciana y Frecuencial alcanzan los valores mínimos en este grupo.

Grupo 4: Tendencia a la Contingencia

Está integrado aproximadamente por el 25% de los estudiantes (148). Es el segundo grupo en relación al reconocimiento de la aleatoriedad; estos estudiantes reconocen en promedio 9 ítems como aleatorios de los 12 ítems presentados. Se destacan la presencia de los argumentos basados en la Multiplicidad, alcanzando el valor máximo en este grupo, ocurriendo exactamente lo mismo con la Causalidad. Sin embargo, la categoría más usada es la Incertidumbre, con un valor superior al valor medio poblacional. En cuanto a la negación de la aleatoriedad, las categorías Multiplicidad e Incertidumbre alcanzan los valores mínimos en este grupo. Cuando tienen que estimar la probabilidad, argumentan desde la Contingencia y la Laplaciana, categorías que alcanzan los valores máximos en este grupo. También, emplean la categoría Frecuencial con un valor que supera ligeramente al valor medio poblacional; mientras que la categoría Experiencial y la Equiprobabilidad son las categorías que alcanzan los valores mínimos en este grupo. Los argumentos planteados respecto de la estimación de la probabilidad, lo posicionan como el que se encuentra en mejores condiciones respecto de lo esperado, desde nuestra concepción de *alfabetización probabilística*.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos a partir de las respuestas que dieron los estudiantes del Profesorado de Biología y del Profesorado de Matemática, nos permiten enunciar las siguientes conclusiones.

En sentido global, las tendencias de pensamiento explicitadas por los futuros profesores de Biología y Matemáticas, para la educación secundaria, no parecen adecuados para guiar una auténtica alfabetización estocástica de los estudiantes, confirmando lo expresado por Meletiou-Mavrotheris; Paparistodemou; Mavrotheris; Azcárate; Serrado y Cardeñoso (2008). Parece más bien, que muchos de estos sujetos, carecen ellos mismos de dicha alfabetización, por lo que se requiere un urgente cambio curricular (Garfield y Everson, 2009; Lopes, 2008), en los profesorados correspondientes, de tal forma que garantice esta necesaria alfabetización estadística, cuestión que se alcanza desde el trabajo formativo mediante la enseñanza por proyectos, referidos a la realidad contextualizada en escenarios, según Azcárate y Cardeñoso (2011).

Por otra parte, para mejorar el sistema formativo se hace necesario la tarea de elaborar y evaluar recursos didácticos para la formación de docentes, que orienten la reelaboración de ideas de los profesores tendientes al cambio de las prácticas educativas (Azcárate, 2004) ya que la educación estadística es un tema poco trabajado en las aulas y sobre el que los profesores de los diferentes niveles, tienen pocos referentes teóricos y prácticos, cuestión a considerar como expresan Meletiou-Mavrotheris, Paparistomou, Mavrotheris, Azcárate, Serradó y Cardeñoso (2008),

Entre los estudiantes del Profesorado de Biología y entre los estudiantes del Profesorado de Matemática, hemos detectado la presencia de cuatro tendencias de pensamiento probabilístico; que en orden jerárquico (de mayor a menor) son:

Contingencia, Incertidumbre, Personalista y Determinista; las que se presentan en los dos profesados con algunos matices diferentes. Si a esta caracterización intuitiva del profesorado, le añadimos las dificultades que los libros de texto presentan para superar los obstáculos evidenciados en el aprendizaje de la probabilidad en la educación secundaria, no podemos ser optimistas sobre la deseada alfabetización estadística del ciudadano (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2005).

Consideramos, como una de las cuestiones que hay que afrontar, que posiblemente los profesores que actualmente enseñan “Probabilidad y Estadística” en el Profesorado de Matemática; y los que enseñan “Bioestadística” en el Profesorado de Biología; en su mayoría son profesores con titulación en matemáticas puras, por lo tanto, han recibido una educación puramente formal con poco desarrollo del conocimiento y razonamiento estocástico; confirmando lo expresado por Meletiou y Stylianou (2003), para quienes el formalismo matemático genera sistemas epistemológicos relativamente deterministas.

Luego, como afirman Azcárate, Serradó, Cardeñoso, Meletiou-Mavroteris y Paparitodemou (2008), es necesario reciclar a los profesores en el nuevo paradigma, no sólo a través de cursos de Probabilidad y Estadística, sino también en cursos pedagógicos apropiados que puedan ayudar a comprender las dificultades que los estudiantes afrontan con respecto al razonamiento estocástico.

También, Franklin (2014) en la 9th *International Conference on Teaching Statistics*, celebrada en Arizona, USA; recomienda que los profesores de la escuela secundaria deberían tener un curso que se focalice en los contenidos a enseñar en este nivel. Este curso debería lograr la comprensión de los profesores, de las conexiones que se pueden establecer entre la estadística y otras áreas de estudio de la escuela media (matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales, etc...); y en este curso, se debería hacer énfasis en el análisis moderno de datos y en la simulación estocástica para realizar inferencias usando tecnología apropiada; lo que sería factible de realizar debido a que los estudiantes de secundaria de nuestra provincia disponen de recursos informáticos y no se le está dando uso en esta dimensión tan útil para la vida.

Es una necesidad que los egresados de la escuela media adquieran los conocimientos básicos de la probabilidad y la estadística. En la actualidad, existen propuestas para introducir al inicio del primer curso de probabilidad y estadística del nivel universitario, la inferencia estadística (Ruiz y Albert, 2014); lo que supone llegar a la universidad con algunos conocimientos básicos indispensables de esta asignatura.

Esperamos que la divulgación de los resultados que presentamos en este trabajo incentiven a las responsables de la educación de los ciudadanos, a concretar un plan de alfabetización estadística, en el cual se inscribe la alfabetización probabilística, siendo ésta la gran ausente en las escuelas.

REFERENCIAS

- AZCÁRATE, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Tesis doctoral inédita, Universidad de Cádiz.
- AZCÁRATE, P. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Editorial Comares.
- AZCÁRATE, P. (2004). "Los procesos de formación en busca de estrategias y recursos". En E. Castro, E. de la Torre (Eds.) *Investigación en Educación Matemática VIII*. <http://www.seiem.es/publicaciones/actas.htm>, A Coruña: SEIEM. [Fecha de consulta: 10/9/13]
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J.M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 24 (40), 789-810
- AZCÁRATE, P., CARDEÑOSO, J. M., y PORLÁN, R. (1998). "Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad". En *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 16 (1), pág. 85-97.
- AZCÁRATE, P; SERRADÓ, A.; CARDEÑOSO, J.M.; MELEITOU-MAVROTHERIS, M. & PAPANISTODEMOU, E. (2008). An on-line professional environment to improve the teaching of statistics. En BATANERO, C.; BURRILL, G. ; READING, C & ROSSMAN, A. (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study and 2008 IASE Round Table Conference*, Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistics Education. http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Joint_ICMI-IASE_Study_2008 [Fecha de consulta: 18/05/14]
- BATANERO, C. y SERRANO, L. (1995). "La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas". *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (5), 15-28.
- BATANERO, C., HENRY, M. & PARZYSZ, B. (2005). La nature of chance and probability. En G. A. JONES (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. pág. 15-37. New York: Springer.
- BELTRAMI, E. (1999). *What is random? Chance and order in mathematics and life*. New York: Copernicus/Springer-Verlag.
- BENNETT, D.J. (1998). *Randomness*. Cambridge, M.A: Harvard University Press.
- BEYTH-MAROM, R. & DEKEL, S.(1985). *An Elementary Approach to Thinking Under Uncertainty*. BOROVCHNIK, M., BENTZ, H. J. & KAPADIA, R. (1991). "A probabilistic perspective". En R. Kapadia y M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* pág. 27-73. Dordrecht: Kluwer.

- BOROVNICK, M. & PEARD, R.(1996). "Probability". En: A. Bishop e.a. (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, part. I, pág. 239-288.
- CARDEÑOSO, J. M. (2001). *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de conceptos sobre la Aleatoriedad y Probabilidad*. Tesis (Doctorado en Filosofía y Ciencias de la Educación) – Facultad de Educación, leída 1998, Univ. de Cádiz. Cádiz (España): Servicio de Publicaciones de la UCA.
- CARDEÑOSO, J.M. y AZCÁRATE, P. (2004). "Las concepciones de los profesores de Primaria ante el conocimiento probabilístico: implicaciones para su formación". *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, 17,11-35.
- CARDEÑOSO, J. M., AZCÁRATE, P., & SERRADÓ, A. (2005). "Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: Su incidencia desde los libros de texto (Obstacles in the learning of probabilistic knowledge: Influence from the textbooks)". *Statistics Education Research Journal* 4(2), 59-81. www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj [Fecha de consulta: 1/05/14]
- FRANKLIN, C., KADER, G., MEWBORN, D., MORENO, J., PECK, R., PERRY, M., & SCHEAFFER, R. (2007). "Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics (GAISE) Education: A Pre-K-12 Curriculum Framework". Alexandria, VA: *American Statistical Association*. http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12_Full.pdf
- FRANKLIN, K. (2014). "The Statistical Education of Teachers (SET): an American Statistical Association policy". En K. MAKAR, B. DE SOUSA & R. GOULD (Eds.), *ICOTS-9 Conference Proceedings. Sustainability in statistics education. 9th International Conference on Teaching Statistics*. http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_1A2_FRANKLIN.pdf. Flagstaff. Arizona. USA. [Fecha de consulta: 18/08/14]
- GARFIELD, J., & EVERSON, M. (2009). "Preparing teachers of statistics: A graduate course for future teachers". *Journal of Statistics Education*, 17(2). <http://www.amstat.org/publications/jse/>. [Fecha de consulta: 10/8/14]
- GAL, I. (2000). "The numeracy challenge". En I. GAL (Ed.), *Adult numeracy development: Theory, research, practice*, pág. 9-31. Cresskill, NJ: Hampton Press.
- GAL, I. (2002). "Adult Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities", *International Statistical Review*, Vol. 70 (1), pág. 1-25.
- GAL, I. (2005). "Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas". En G. JONES (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, pág. 39-63. New York: Springer.
- KAHNEMAN, D. y TVERSKY, A. (1972). "Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, Vol. 3, pág. 430-454.
- KONOLD, C. (1991). "Understanding student's beliefs about probability". In: E. VON GLASERSFELD (Ed.). *Radical Constructivism in Mathematics Education*, Dordrecht, pág.139-156.

- LECOUTRE, M.P. (1985). "Effect d'informations de nature combinatoire et de nature fréquentielle sur le judgments probabilistes". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 6, pág. 193-213.
- LECOUTRE, M.P. (1992). "Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations". *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 23, pág. 557-568.
- LECOUTRE, M.P. y CORDIER, J. (1990). "Effect du mode de présentation d'un problème aleatoire sur les modèles développés par les élèves" *Bulletin de l'APMEP*, Vol. 372, pág. 9-22.
- LECOUTRE, M.P. y DURAND, J.L. (1988) "Judgements probabilistes et modèles cognitifs: etude d'une situation aleatoire. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 19, pág. 357-368.
- LOPES, C.E.(2008). "The teaching of statistics and probability at elementary schools and teacher education" *Cad. Cedes, Campinas*, Vol. 28, n.74, pág. 57-73. Disponible en <http://www.cedes.unicamp.br> [Fecha de consulta: 8/7/14]
- MELETIOU-MAVROTHERIS, M., & LEE, C. (2003). "Students' Conceptual Development of Variation: A Study Using the Transformative and Conjecture-Driven Methodology". Presented at: *Third International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy*, Lincoln, Nebraska.
- MELETIOU-MAVROTHERIS, M., PAPANISTOUDEMOU, E., MAVROTHERIS, E. AZCÁRATE, P.; SERRADO, A., & CARDEÑOSO, J.M. (2008). "Teachers' Professional Development in Statistics: The Earlystatistics European Project". In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study and 2008 IASE Round Table Conference*, Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistics Education. http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Joint_ICMI-IASE_Study_2008 [Fecha de consulta: 10/7/14]
- MORENO, A.; CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2010). "Necesidad de conocer los sistemas de ideas probabilísticas de los futuros profesores: Elaborando un cuestionario". En *Actas del Encuentro Latinoamericano de Profesores y Estudiantes de Matemática y Ciencias Naturales*. Mendoza. CD-ROM
- MORENO, A.; CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2011). "Las argumentaciones que usan los estudiantes en el reconocimiento de la aleatoriedad". En *Actas Congreso Internacional de Educación en Ciencia y Tecnología 2th.*, Catamarca. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca. CD-ROM.
- MORENO, A.; CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2012). "Un estudio exploratorio de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del profesorado de biología". En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L.Ordóñez (Eds.), *Actas Investigación en Educación Matemática XVI*, (pp. 407-415) Baeza, Jaén: SEIEM.

<https://dl.dropboxusercontent.com/u/104572257/Actas/Actas16SEIEM.pdf>

[Fecha de consulta: 10/7/14]

MORENO, A.; CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2013a) "Un análisis sobre las interpretaciones de la aleatoriedad en los estudiantes del profesorado de biología". En A. Estepa y N. Climent (Eds.) *Actas Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM XVI, Simposio de la SEIEM*, (pp. 177-189). Baeza Jaén: SEIEM. <https://dl.dropboxusercontent.com/u/104572257/Grupos/GruposBaeza.pdf> [Fecha de consulta: 12/8/14]

MORENO, A.; CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2013b). "La aleatoriedad desde la perspectiva de los estudiantes del Profesorado de Matemática". En J.M. Contreras, G.R., Cañadas, M.M. Gea y P. Arteaga (Eds.) *Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. Granada: Dpto. Didáctica Matemática Univ. Granada, (pp. 367-372). <http://www.jvdiesproyco.es/documentos/ACTAS/Actas%20jornadas.pdf> [Fecha de consulta: 12/8/14]

MORENO, A., CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2014a). "La Aleatoriedad en los Profesores de Biología y de Matemática en Formación: Análisis y Contraste de Significados". *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, Vol. 11(2), pág. 198-215. <http://rodin.uca.es/xmlui/bitstream/handle/10498/15975/06-583-Moreno.pdf?sequence=6>, [Fecha de consulta: 6/8/14]

MORENO, A. & CARDEÑOSO, J. M. (2014b). "Overview of Prospective Mathematics Teachers' Probabilistic Thinking". En K. MAKAR, B. DE SOUSA & R. GOULD (Eds.), *ICOTS-9 Conference Proceedings. Sustainability in statistics education. 9th International Conference on Teaching Statistics*. http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_C262_MORENO.pdf Flagstaff, Arizona, USA. [Fecha de consulta: 10/08/14]

MORENO, A., CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (2014c). "Los significados de la probabilidad en los profesores de matemática en formación: un análisis desde la teoría de los modelos mentales". En *Actas de la XXVIII Reunión Latinoamericana de MATEMÁTICA EDUCATIVA*. Barranquilla. Colombia.

MORENO, A., CARDEÑOSO, J.M. y GONZÁLEZ-GARCÍA, F. (en prensa). "El pensamiento Probabilístico de los Profesores de Biología en Formación". *Bolema: Boletim de Educação Matemática*.

RUIZ, B. y ALBERT, A. (2014). "Introducción temprana de ideas relacionadas con inferencia estadística: El desarrollo de una actividad". En *Actas de la XXVIII Reunión Latinoamericana de MATEMÁTICA EDUCATIVA*. RELME 28. Barranquilla. Colombia.

RUMSEY, D. J. (2002). "Statistical literacy: Implications for teaching, research and practice". *International Statistical Review* (70), pág. 23-36.

SCHIELD, M. (2010). "Assessing Statistical Literacy: Take" CARE. En P. BIDGOOD, N. HUNT, & F. JOLLIFFE (eds.) *Assessment Methods in Statistical Education: An International Perspective*, pág. 133-152. John Wiley & Sons Inc:

Chischester, Great Britain

SERRADÓ, A., AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J. M. (2005). "Randomness in textbooks: The influence of deterministic thinking". En M. Bosch (Ed.), *Proceedings for the CERME 4: Four Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Barcelona, Spain: Ramon Llull University.

USISKIN, Z. (2014). "On the relationships between statistics and other subjects in the k-12 curriculum" En K. MAKAR, B. DE SOUSA & R. GOULD (Eds.), *ICOTS-9 Conference Proceedings. Sustainability in statistics education. 9th International Conference on Teaching Statistics*. http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_PL1_USISKIN.pdf. Flagstaff, Arizona USA. [Fecha de consulta: 18/08/14]