CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

Razonamiento, abstracción y validación: aportes teóricos para el análisis del lenguaje matemático en estudiantes de Ingeniería.

DELORENZI, O. D ANDREA, R. y SASTRE VAZQUEZ, P.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

Razonamiento, abstracción y validación: aportes teóricos para el análisis del lenguaje matemático en estudiantes de Ingeniería.

Olga Delorenzi, Facultad de Agronomía. UNCPBA. olgadelo@educ.ar

Rodolfo D Andrea, Facultad de Agronomía. UNCPBA. Facultad de Ingeniería. UCA. Rosario. rodolfoedandrea@yahoo,com.ar

Patricia Sastre Vázquez, Facultad de Agronomía. UNCPBA. psastre@faa.unicen.edu.ar

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

ntroducción

La comunicación que socializamos forma parte de desarrollos teóricos correspondientes al proyecto de investigación denominado: *Análisis del lenguaje matemático en los procesos de validación en estudiantes de Ingeniería*, radicado en la Facultad de Agronomía de la UNCPBA. Argentina.

Precisamente, los aportes corresponden a la primera etapa de desarrollo del proceso de investigación, en el cual, se plateo una mesa de trabajo sobre desarrollos teóricos: Ideas, concepciones, creencias, nociones implícitas, y explícitas, lenguaje y epistemología de la Matemática.
En la mencionada etapa, se estimó que resultaba pertinente avanzar en la lectura, apropiación y redefinición sobre tres categorías teóricas que atraviesan la investigación: razonamiento, abstracción y validación. Las categorías mencionadas remiten a la Filosofía en el pensamiento griego antiguo, dónde se construyeron los cimientos de la Lógica, y de la ciencia. No obstante, si bien puede afirmarse que contienen aún, elementos propios de ese pensamiento, a lo largo de la historia se han redefinido y reconstruido en el campo de la Filosofía, de las Ciencias de la Naturaleza, y en el seno de la Epistemología.
Por consiguiente, fue preciso realizar un proceso de lectura, análisis y redefinición de las tres categorías en función del marco teórico asumido, y de los fines de la investigación, sin olvidar el propio contexto de desarrollo y los sujetos de la investigación.
Las categorías razonamiento, abstracción y validación forman parte del lenguaje cotidiano de la Matemática, por tanto, es preciso conocer, antes de comenzar cualquier proceso de enseñanza y aprendizaje, la ideas que los docentes de Matemática, poseen sobre estas categorías, como así, las opiniones de los estudiantes sobre dichas categorías.
Los objetivos de investigación fueron los siguientes:
Caracterizar las dificultades y obstáculos en la comprensión del lenguaje matemático y natural, en los estudiantes que ingresan a la Universidad, y la influencia de estos, en los procesos de validación.
Explorar las ideas de los docentes de Matemática de Carreras universitarias de Ingeniería sobre el lenguaje matemático y la epistemología de esta Ciencia. Estudiar la utilización que hacen los docentes del lenguaje matemático en el ámbito áulico. Analizar el nivel de conocimiento del *lenguaje matemático* con el que acceden los estudiantes a la Universidad. Analizar los procesos de validación utilizados por los estudiantes universitarios de Ingeniería frente a ejercicios que requieren del uso del lenguaje matemático. Caracterizar y Analizar las dificultades causadas en los procesos de validación por el nivel de acceso al lenguaje matemático. Proponer líneas de acción para la resolución de las dificultades detectadas.
La finalidad de esta investigación radico en la necesidad de proponer alternativas de solución, haciendo un aporte a los estudiantes de ingenierías con problemas similares.

Los docentes de Matemática corresponden a UNCPBA y UCA INGENIERÍA ROSARIO.
El proyecto se enmarcó en un paradigma Interpretativo – crítico, puesto que para comprender correctamente las decisiones que toman los estudiantes, a través de las cuales, seleccionan y configuran las acciones que desarrollan en los procesos de razonamiento, abstracción y validación, se requiere estudiar los procesos de

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

pensamiento. Del mismo modo, para conocer cuáles son las ideas que los docentes tienen sobre estos temas, y el valor que le otorgan al desarrollar actividades que incluyen ejercicios para validar. Como señala Sanjurjo (2002), los procesos de pensamiento no pueden registrase a través de información objetiva que pueda generalizarse ni medirse, para observar resultados y comprobar hipótesis. En ese sentido la investigación se encuadra en una perspectiva metodológica cualitativa, lo cual, no implica que no puedan usarse instrumentos de carácter cuantitativo. Tal elección se justifica en el carácter social, complejo y multidimensional del objeto a investigar, y en la necesidad de generar comprensiones contextualizadas, reflexionadas y develar aspectos implícitos.

La metodología cualitativa es inductiva, holística y es adecuada cuando la finalidad es comprender a las personas en su propio contexto, escuchando sus voces y privilegiando su cualidad humana.

El recorte empírico lo conformaron docentes y estudiantes de las carreras de Ingeniería Agronómica de la Facultad de Agronomía de la UNCPBA y de las carreras de Ingeniería Industrial e Ingeniería Ambiental de la Facultad de Química e Ingeniería "Fray Rogelio Bacon" de UCA ROSARIO. Se utilizaron encuestas, entrevistas, cuestionarios, y ejercicios diseñados especialmente para esta investigación. Las encuestas como un primer instrumento, que administrado a todos los sujetos, permitió, construir aproximaciones sobre las formas que los sujetos configuran los procesos de abstracción, razonamiento y validación y tener información concreta y en contexto; las entrevistas, facilitaron la ampliación de dichas cuestiones, y los ejercicios diseñados, tuvieron como finalidad explorar las habilidades y las formas de razonamiento, abstracción y validación que ponen en acción los estudiantes al resolverlos.

La investigación se definió como longitudinal, es decir, se reconstruyó la génesis del objeto de estudio, a través de la información obtenida en diferentes momentos del trabajo de campo, durante instancias prolongadas en el propio contexto de los sujetos investigados.

A continuación se plantea cómo se contextualiza la problemática de investigación en función de discusiones que se vienen dando en el ámbito académico, con relación a la formación profesional y las implicaciones para el posterior desarrollo profesional. En el campo académico se plantea la necesidad de formar a los futuros profesionales, independientemente, del campo disciplinar específico, en posturas críticas que le permitan desarrollar diferentes habilidades cognitivas y herramientas para desempeñarse en un medio laboral cada vez más exigente.

El problema esencial que hay que resolver en toda carrera universitaria consiste en generar instancias y procesos de enseñanza y aprendizaje, tendientes a la apropiación reflexiva y crítica por parte de los estudiantes, respecto a conocimientos básicos y especializados, y su posible redefinición para el desarrollo de habilidades y destrezas, que les permita utilizarlos durante la formación y especialmente, en su desarrollo profesional.

En los Planes de Estudios de las carreras de Ingeniería Agronómica; Ingeniería Industrial e Ingeniería Ambiental, de forma general, se plantea como necesario formar al futuro profesional en su capacidad de integrar conocimientos, facultándolo para el planteo científico de un problema, la búsqueda de información y la aplicación de métodos para el análisis de datos conducentes a la resolución del mismo. Tal formación redundará en habilidades para redefinir el conocimiento en nuevas situaciones y tecnologías, sobre las cuales pueda no haber recibido conocimientos específicos.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

Coincidentemente, con lo planteado por Wertheimer (citado en Schoenfeld, 1996) el poder que radica en el aprendizaje de la matemática, es la capacidad de usarla. Pensar matemáticamente equivale a conocer y valorar sus métodos propios, y saber cómo, cuándo y por qué aplicarlos.

Las dificultades que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática se incrementan cuando el trabajo matemático se realiza con personas, cuyo principal interés, no está centrado en esta ciencia. Los estudiantes y docentes pueden poseer diferentes concepciones sobre esta ciencia, y sobre la importancia y necesidad de esta disciplina en su carrera universitaria, particularmente en carreras “no matemáticas”. Incluso pueden presentarse miradas diferentes entre los docentes que dictan esta asignatura y los docentes que son usuarios de la misma o podrían serlo.

Por eso, el interés central de la investigación fue conocer cómo los docentes y alumnos manejan el lenguaje matemático en el ámbito áulico y como ese lenguaje es empleado adecuadamente para facilitar los procesos de validación que constituyen la esencia de la teoría que sustenta la Ciencia Matemática. Por otra parte, interesó saber qué conocen los estudiantes sobre el lenguaje matemático, y la epistemología de la misma, desde su intuición, plasmada en los procesos de validación.

Finalizando la presente introducción, se señala que los resultados de investigación, desde la perspectiva teórica asumida por el equipo, no queda en el mero análisis, por el contrario, de dicho análisis se piensan hipótesis significativas para trabajar en proceso de enseñanza y aprendizaje, que favorezcan la apropiación de las categorías para su formación académica y el futuro desempeño laboral.

Desarrollo

Se presenta en primer término, aspectos referidos al Estado del arte, y en segundo término, cuestiones teóricas sobre las que se sustenta la investigación.
Balacheff (2000) realiza una clasificación hace acerca de las demostraciones que los estudiantes presentan. Este reconocido investigador introduce una clasificación en la cual el énfasis no está sólo en la relación entre los ejemplos usados y el enunciado que se quiere demostrar, sino en el motivo por el que los estudiantes usan los ejemplos. Y las divide en dos categorías: pragmáticas o experimentales y conceptuales o deductivas.

Las demostraciones pragmáticas introducen a la vez una subclasificación en varios tipos:

Empirismo naïf o ingenuo, donde el proceso de validación para el mismo consiste en la verificación de la propiedad para unos pocos ejemplos elegidos sin criterio alguno, de

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

manera aleatoria. Es el tipo más elemental de demostración que presentan los estudiantes.

En el *Experimento crucial*, los procedimientos de los estudiantes se basan en la elección minuciosa de un ejemplo, cuidadosamente escogido pero con el convencimiento de que esa elección es tal que si se cumple para ese particular caso, se cumplirá siempre.

Por otro lado está el *Ejemplo genérico*, que corresponde a procedimientos basados en la elección y manipulación de un ejemplo que, si bien es particular, actúa como representante de su clase. La demostración, aunque sea particular, pretende ser abstracta y tener validez para toda la clase representada. Aquí los estudiantes comienzan a utilizar propiedades abstractas en sus demostraciones, pero inexorablemente referidas al ejemplo escogido.

Las demostraciones conceptuales o deductivas, introducen a la vez también una subclasificación que se describe a continuación:

En el *Experimento mental,* los estudiantes interiorizan las acciones realizadas previamente (generalmente observación de ejemplos), las disocian de esas acciones concretas y las convierten en argumentos abstractos deductivos, y el “cálculo simbólico”, cuando la demostración se basa en la transformación de expresiones simbólicas formales. Aquí la explicación se centra en la acción interiorizada, separándola de su ejecución sobre un representante particular. Es una demostración deductiva abstracta organizada a partir de manipulaciones de ejemplos concretos. Es posible suprimir los dibujos realizados que acompañan a la demostración, sin que pierda significado, en el caso que la demostración se refiera a cuestiones geométricas específicamente o que la proposición a demostrar requiera una interpretación geométrica. Este tipo de demostración aparece como medio para fundamentar las soluciones propuestas en un esfuerzo de explicación.

En el *Cálculo sobre enunciados*, se establecen construcciones intelectuales basadas en teorías más o menos formalizadas o explícitas, que se originan en una definición o propiedad y se basan en la transformación de expresiones simbólicas formales.

Por su lado, Bell (1976) plantea que la demostración (formal o no) puede tener diversos objetivos en matemática:

Verificación: cuando se intenta asegurar la veracidad de una afirmación.

Iluminación: cuando además de asegurar su veracidad, permite entender por qué es cierta una afirmación.

Sistematización: cuando permite organizar el enunciado demostrado en un sistema de axiomas, definiciones y otros teoremas.

Bell se propuso analizar los intentos de los estudiantes por construir demostraciones o elaborar explicaciones en situaciones matemáticas elementales y comparó la forma en que difieren de los usos de la demostración que realiza un matemático profesional. A

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

la luz de este análisis, elaboró una clasificación de los tipos de respuestas que un estudiante puede arrojar, a través de una categorización que distingue entre: empíricas y deductivas. La primera se caracteriza por el uso de ejemplos como factor esencial para la certeza, mientras que la segunda se caracteriza por la utilización de la deducción como elemento conector con las conclusiones.

Cada una de estas categorías admite a su vez una subclasificación, siendo adaptadas por de Villiers (1993) quién desarrolla posteriormente esta línea de investigación describiendo nuevos objetivos para la realización de una demostración mostrando dos facetas esenciales de cualquier proceso de validación de verdad de una proposición:

Descubrimiento: cuando la demostración conduce al descubrimiento o invención de nuevos conceptos o teoremas.

Comunicación: cuando la demostración tiene como objetivo transmitir conocimientos matemáticos a otras personas.

Por otro lado, Harel & Sowder (1998) basados en estudios realizados por otros investigadores definen los denominados esquemas de demostración (proof scheme) y realizan una clasificación de dichos esquemas definiendo previamente dos conceptos vitales imprescindibles para comprender los esquemas citados.“Indagar (ascertaining) es el proceso que un individuo emplea para eliminar sus propias dudas sobre la veracidad de una observación. Persuadir (persuading) es el proceso que un individuo emplea para eliminar las dudas de otros sobre la veracidad de una observación. El esquema de demostración de una persona es lo que constituye indagar y persuadir para esa persona.”

Ibañes (2001) modificó la clasificación de los esquemas de demostración de Harel & Sowder en su tesis doctoral para que se ajustara en mayor medida a las circunstancias de la investigación y a las respuestas de los alumnos, y mantuvo las tres categorías fundamentales de esquemas de demostración: convicción externa; empíricos y analíticos pero introduciendo nuevas subclasificaciones. Muy a diferencia de las clasificaciones de Harel & Sowder, y Gutiérrez, las nuevas subclases añadidas por Ibañes no son mutuamente excluyentes, es decir que un esquema de demostración puede ser catalogado como, por ejemplo, empírico inductivo auténtico de varios casos y sistemático, o un esquema de demostración analítico transformacional también puede catalogarse como estático general e incompleto.

La tendencia actual de la didáctica de las matemáticas a prestar atención destacada a los aspectos psicológicos y cognitivos del aprendizaje indica que los modelos de Balacheff y Harel y Sowder son los que resultan más útiles como marco para el aprendizaje de los procesos de demostración. (Gutiérrez, 2001, p. 89). Según Gutiérrez, analizando la actuación de estudiantes de ESO al resolver problemas de demostrar en un entorno Cabri, bajo el marco de un proyecto de investigación desarrollado en la Universidad de Valencia del cual formaba parte, se descubrió que ninguno de los modelos anteriores resultaba totalmente útil, lo que les decidió a definir una nueva clasificación de demostraciones que contuviera a las anteriores pero que se desarrollara teniendo en cuenta procedimientos en los estudiantes al escribir las

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

demostraciones que habían detectado, y que no fueron expuestas en las clasificaciones anteriores.

D´Andrea (2010) adapta las clasificaciones de Bell y Balacheff para la investigación realizada a los efectos de encuadrarla a los ejercicios diagnóstico aplicados a estudiantes de Ciencias Químicas e Ingenierías sobre proposiciones cuantificadas universal y existencialmente y esencialmente para proposiciones no necesariamente geométricas tal y como se gestaron las clasificaciones antes comentadas.

El Marco teórico desde el cual se construyó el objeto de conocimiento de la investigación, se organiza de la siguiente manera. En primer lugar, se plante posicionamiento sobre Matemática, el lenguaje matemático, y sobre el uso en carreras de Ingeniería. En segundo término, se avanza en el posicionamiento asumido sobre qué se entiende por razonamiento, abstracción y validación, y el lugar que debieran tener en la formación de ingenieros.

Matemática es una disciplina que desde lo esencial de su epistemología, se basa en el raciocinio y la abstracción. El lenguaje matemático posee tres aspectos: coloquial, visual y simbólico. Los tres tienen correlatos vitales en el pensamiento del estudiante y su evolución frente a su reacción ante cada nueva estructura conceptual en el área Matemática. El manejo de los lenguajes no varía sea el estudiante de Matemática pura o de Ingeniería, lo que debe variar es la utilización del lenguaje simbólico que se haga para cada uno de los dos tipos de estudiantes mencionados.

El uso adecuado del lenguaje matemático para los estudiantes universitarios de Ingeniería es vital a la hora del abordaje de los cursos de Matemática que les corresponden, específicamente en la comprensión y apropiación de las definiciones; axiomas; y los procesos de validación de proposiciones tales como la verificación como primer instancia de comprensión de las mismas y la demostración y las proposiciones falsas que requieren para su validación de un contraejemplo. Los procesos descriptos constituyen la estructura teórica de cada contenido matemático, que debe ser comprendido y apropiado por el estudiante a los efectos de extrapolarlo a actividades procedimentales específicas del curso de Matemática elegido y de aplicación a Tecnologías básicas y aplicadas de la Ingeniería elegida y que constituye lo esencial de cualquier curso de Matemática dirigido a estudiantes universitarios de Ingeniería.

La Matemática es una ciencia que, desde su constitución epistemológica, requiere de procesos de razonamiento y abstracción. Éstos son fundamentales para que los estudiantes puedan avanzar, no solamente en la comprensión de las definiciones y axiomas, sino fundamentalmente en el desarrollo de instancias de validación.

El razonamiento matemático constituye una exigencia a nivel de los procesos educativos en los diferentes niveles, pero en el nivel universitario cobra relevancia, dado que los estudiantes deben desarrollar esta habilidad desde la especificidad de la carrera elegida.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

Se conceptualiza al razonamiento como uno de los procesos cognitivos básicos, a través del cual, se construye, aplica y utiliza el conocimiento. Asimismo, el razonamiento implica un proceso heurístico en sí mismo, ello supone un conjunto de pasos preparatorios para resolver una situación problemática que se presenta. No puede desligarse de la idea de abstracción, ésta refiere a un proceso cognitivo, cuya finalidad consiste en aislar conceptualmente una propiedad o característica de un objeto, para poder reflexionar sobre ello, con independencia de otras propiedades del objeto.

La validación matemática implica que los estudiantes puedan, en términos de dar razones sobre su accionar autónomo, explicitarlas y sostenerlas en el contexto social de la situación educativa, respecto a sus procedimientos con relación a la veracidad o no, de un enunciado, a si un procedimiento es correcto o inválido. La validación supone también la habilidad para asignar sentidos, desde la especificidad matemática, a las acciones realizadas. Desde esta mirada razonar, abstraer y validar conforman competencias matemáticas específicas que en el ámbito universitario deben alcanzar un grado máximo de desarrollo, desarrollo que no se reduce a la mera comprensión de contenidos matemáticos, sino que apunta a que los estudiantes puedan usar el lenguaje matemático entendiendo su relación con el lenguaje natural, utilizar diversas herramientas (de la tecnología de la información y TICs), para aplicarlo creativamente en la especificidad del futuro desempeño profesional.

En ese sentido, resolver problemas de Ciencias Naturales e Ingeniería, sin olvidar que esta sirve: a. como herramienta de Cálculo; b. para lograr el desarrollo del pensamiento lógico, algorítmico y heurístico y c. Como lenguaje universal capaz de contribuir al conocimiento y desarrollo de otras disciplinas propias de su perfil profesional. (Cuicas Ávila, M., Debel Chourio, E., Casadei Carnie, L. y Álvarez Vargas, Z. (2007)

Sin embargo para el abordaje de cualquier curso de Matemática universitaria dirigido a estudiantes de Ingeniería y que pueda cumplirse lo expresado en la adecuada cita precedente se requiere del manejo del Lenguaje matemático en todas sus facetas. Desde su faceta más primitiva que es la coloquial pero que es esencial, ya que permite la expresión a través de la palabra, o sea del lenguaje natural; pero también desde su faceta gráfica a través de la visualización, la que permite la expresión a través de un simple esquema o bosquejo a mano alzada o un sofisticado software matemático. De Guzmán (1996), al referirse a la Visualización Matemática, se manifiesta claramente expresando que Las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas presentan una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitivamente, geométricamente, cuya utilización resulta muy provechosa… Los expertos poseen imágenes visuales, modos intuitivos de percibir los conceptos y métodos, de gran valor y eficacia en su trabajo creativo y en su dominio del campo en que se mueven…. Las ideas básicas del análisis elemental, por ejemplo, orden, distancia, operaciones entre números, nacen de situaciones bien concretas y visuales….. Esta forma de actuar con atención explícita a las posibles representaciones concretas en cuanto desvelan las relaciones abstractas que al matemático interesan constituye lo que denominamos visualización en matemáticas. Que la visualización constituya un aspecto extraordinariamente

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

importante de la actividad matemática es algo totalmente natural si se tiene en cuenta la naturaleza misma de la matemática.

Este tipo de estudiantes, a la hora de validar proposiciones actúa, por lo general, desde el empirismo ingenuo (Balacheff, 2000), validando una proposición después de verificarla para algunos casos particulares pero sin un criterio formado al hacerlo, como "tanteando" y esto es suficiente para establecer la verdad de una proposición matemática. Para el estudiante actual es difícil de comprender la exposición del profesor en el aula del proceso deductivo de validación de proposiciones matemáticas, quiénes, por lo general, entienden qué se espera de ellos cuando se les pide una demostración y reconocen que la verificación es insuficiente como demostración. Sin embargo tienden a recurrir a la misma como mecanismo de prueba cuando encuentran dificultades. Esto probablemente está asociado al hecho de que en la vida y en las ciencias experimentales la verificación es el método de prueba estándar, enfrentándose los estudiantes a un problema epistemológico, no menor.

Reflexiones finales a modo de conclusión

En este apartado presentamos las primeras reflexiones teóricas sobre este proceso de investigación. Como ha quedado documentado en el apartado anterior, diferentes investigaciones han puesto en evidencia, las dificultades que los estudiantes universitarios tienen, para poner en acto diferentes procesos cognitivos. Particularmente, el razonamiento, la validación y la abstracción. Asimismo, también es necesario reconocer que los propios docentes pueden haber desarrollado ideas asociadas al razonamiento, validación y abstracción, que no facilite procesos de enseñanza y aprendizaje que favorezcan el desarrollo pleno de los mismos, en los estudiantes.

El razonamiento conforma uno de los procesos cognitivos centrales para el desarrollo de múltiples actividades cognitivas, las cuales, exceden el campo específico de la Matemática. Pero es, en esta ciencia, donde los estudiantes universitarios presentan más dificultades para poner en acción proceso de razonamiento. En función de la mirada asumida en esta investigación respecto del razonamiento, señalamos que razonar en el campo matemático, es algo más que inferir correctamente algunos pasos para obtener un resultado. Implica un proceso heurístico, es decir, partiendo de su etimología, presupone la capacidad de hallar pero también de inventar. Por consiguiente, el razonamiento no es un proceso cognitivo lógico en sentido absoluto, presupone la puesta en acción de otros aspectos, que en el lenguaje cotidiano se acercan más a la irracionalidad que a la racionalidad. La habilidad de invención está íntimamente ligada a la creatividad, a la imaginación. Es decir, razonar matemáticamente hablando supone que los estudiantes deben resolver los problemas y situaciones que se le presentan en el proceso de formación, comprender los

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

enunciados, conocer el lenguaje matemático, y desarrollar habilidades que no impliquen una demostración básica, sin desarrollo creativo de la racionalidad.

Pero también, es preciso que los estudiantes desarrollen procesos de abstracción, éstos son inherentes al propio proceso de razonamiento, pues abstraer implica la capacidad de conceptualizar. Y, como señala Vergnaud (1996), la conceptualización es el máximo punto del desarrollo cognitivo de los sujetos. Esto es sustancial en cualquier actividad matemática que requiere de procedimientos basados en el razonamiento.

Los procesos de validación matemática también generan en los estudiantes universitarios problemas muy importantes que obstaculizan su propio aprendizaje. La validación supone el desarrollo de la capacidad de argumentar, y sostener socialmente, aquello que se afirma. Es decir, comunicar desde el lenguaje matemático en sus diferentes expresiones, los significados que ha construido. La validación entonces, requiere de procesos escritos pero también del lenguaje oral, para dar cuenta de las acciones y habilidades puestas en juego al resolver las actividades y problemas matemáticos planteados.

Los resultados de investigación, sintéticamente, se conducen en la línea planteada por Sastre Vázquez, Boubée y Rey (2005), en el sentido que los estudiantes resuelven mejor ejercicios descontextualizados, que situaciones problemáticas en las cuales se ponen en juego el razonamiento, la abstracción y la validación, en los términos descriptos anteriormente.

Los resultados no son casuales, pueden relacionarse con las trayectorias escolares de los estudiantes universitarios, pues suelen ingresar con ciertas falencias de desarrollo de procesos cognitivos lingüísticos inherentes al desarrollo de cualquier ciencia. Por ello, es lógico que resuelvan situaciones matemáticas más desde el empirismo ingenuo, como sucede en el campo de otras disciplinas (Biología, Física), que desde una apropiación y visualización del lenguaje matemático en sus diversas formas.

Coincidentemente con lo planteado por Gascón Pérez (1997) la actividad matemática en los estudios de secundaria se puede calificar de *mostrativa,* es decir basada en recordar, ordenar y sistematizar conocimientos fundamentados en el sentido común. En este nivel educativo las definiciones se realizan mediante comentarios y ejemplos concretos, haciendo un uso muy limitado del *lenguaje matemático*.

Por tanto, resulta fundamental a partir de los resultados de investigación platear cómo, desde la universidad, se deben afrontar estos obstaculizadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En primer lugar, los docentes involucrados en la enseñanza de la Matemática deben redefinir sus propias visiones sobre cómo desarrollar actividades que faciliten el desarrollo de los procesos de razonamiento, abstracción y validación, para estudiantes de Ingeniería. Además de reconocer que en muchos casos los estudiantes de Ingeniería no tienen interés en la ciencia, en general, y en la Matemática, en particular.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

Desde el punto de vista didáctico, quizás la organización de los espacios curriculares de Matemática, deben programarse a partir de unidades didácticas que tengan como ejes organizadores situaciones problemáticas, focalizadas en el desarrollo de los procesos antes mencionados. Permitiendo, a partir de ello, que los estudiantes confronten esta forma de pensar el aprendizaje de la Matemática, con las propias ideas sobre cómo se aprende Matemática, y cual es el valor de esta ciencia en función de su desarrollo profesional.

En segundo lugar, los estudiantes de Ingeniería deben generar procesos de desaprendizaje, respecto a las formas habituales de trabajo en Matemática, y comprender que ésta constituye una herramienta central, para su futuro desarrollo profesional. Y que permite, a su vez, desarrollar habilidades de pensamiento que se deben utilizar cotidianamente en el aprendizaje de otros espacios curriculares durante la formación de grado. Entender que sus propios estilos de aprendizaje y de estudio, construidos a lo largo de la trayectoria escolar, requieren de una reestructuración para definir sí, sus propios procedimientos, obstaculizan o facilitan el proceso de aprendizaje.

Referencias Bibliográfícas

BALACCHEFF, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemática.* Bogotá: Una empresa docente. 1a. ed. Bogotá: Universidad de los Andes.

BELL, A. (1976). “A study of pupils’ proof.-explanation in mathematical situation”. *Educat Studies in Mat. (7)* pág. 23-40.

CUICAS ÁVILA; M., DEBERL CHOURIO, E., CASADEI CARNIE, L. y ÁLVAREZ VARGAS, Z. (2007). “El software matemático como herramienta para el desarrollo de las habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas”. *Actualidades investigativas en educación, (7)*2, mayo-agosto, pág.. 1-34.

D’ANDREA R. (2010). “El artificio matemático: reflexión e intento de solución”. En *III REPEM.* La Pampa: Santa Rosa. Pp. 53-64.

DE VILLIERS, M. (1993). “El papel y la demostración en matemáticas”. *Épsilon, (26),* pág.15-30.

GASCÓN PÉREZ J. (1997). “Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad”. *Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, (26)*, pág.11 – 22.

GONZÁLEZ, V. y RODRIGUEZ, M. (2006). “Un modelo para evaluar la validación matemática”. *Educación Matemática, 18*(003). Diciembre, pág 103-124.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490

GUTIÉRREZ, A. (2001). “Estrategias de Investigación cuando los marcos teóricos no son útiles”. pág. 12. Actas del *Simposio de la SEIEM.* España: Almería.

GUZMÁN, M. (1996). *El rincón de la pizarra: ensayos de visualización en análisis matemáticos: elementos básicos de análisis.* 1a ed. Madrid: Pirámide.

HAREL, G. y SOWDER, L. (1998). Studens’ proof schemes: Results from an exploratory study. In: Schoenfeld, A., Kaput, J. y Dubinsky, E. (Edit). *Research in College Mathematics Education III,* Providence, RI: AMS. pág. 234-283.

IBAÑES, M. (2001). *Aspectos cognitivos del aprendizaje de la demostración matemática en alumnos de primer curso de bachillerato.* Tesis para acceder al título de Doctor, Valladolid: Universidad de Valladolid.

PARDAVÉ LIVIA W. (1999). *Razonamiento matemático. Teorías y problemas.*1a ed., Colombia: Sistemas y Computadores Ltda.

SANJURJO, L. (2002). *La formación práctica de los docentes. Reflexión y acción en el aula.* 1a ed. Rosario: Ediciones Homo Sapiens.

SASTRE VAZQUEZ, P. BOUBÉE C. y REY, G. (2005). “Dificultades en la resolución de problemas del alumno ingresante a Ingeniería Agronómica”. Actas XIX *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa,* RELME Vol. 19. Montevideo. pág. 28-34.

SCHOENFELD, A. (1996). La enseñanza del pensamiento de la matemática y la resolución de problemas. En: *Cognición y currículum.* Bs. As.: Aique. 1a ed. pág.141-174.

VERGNAUD, G. (1996). “Education: the best part o Piaget’s heritaje”. *Swiss Journal of Psychology, 55(2/3),* pág. 112-118.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 490