



---

**CONGRESO  
IBEROAMERICANO**  
DE CIENCIA, TECNOLOGÍA,  
INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

---

BUENOS AIRES, ARGENTINA  
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

---

**CONGRESSO  
IBERO-AMERICANO**  
DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA,  
INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

---

BUENOS AIRES, ARGENTINA  
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

## **Significantes Históricos de la Función afín aplicado a la Economía**

RODRIGUEZ, E.

## **Significantes Históricos de la Función afín aplicado a la Economía**

Autor : Msc. Enedina L. Rodríguez Cortez

Universidad Nacional Abierta. Centro Local Lara

[enlady@gmail.com](mailto:enlady@gmail.com)  
[enrodriguez@una.edu.ve](mailto:enrodriguez@una.edu.ve)

### **Resumen (Español)**

Este trabajo constituye un interesante estudio de la conceptualización de la función afín en la Economía, considerando las ideas precursoras de los conceptos de función: demanda y oferta, curvas de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron y desde su primera forma simple a su formato actual, donde se identifican los diferentes campos de problemas, procedimientos, lenguaje y otros elementos que muestran la evolución del significado de la formulación matemática de la función afín en estos conceptos, tomando como referencia desde los antecedentes más lejanos de matemáticos hasta Cournot (1838), Karl (1841), Fleming (1870), Walras (1874), Marshall (1890), también Ramos De Pacía (2005), Dalcin y Olave (2007), Gascón (2008). El estudio es exploratorio y descriptivo enmarcado en el enfoque Ontosemiótico, porque las prácticas discursivas y operativas se analizan tomando en cuenta la ontología de objetos intervinientes. El objetivo básico es el análisis bajo el enfoque ontosemiótico de los significados históricos de la función afín en la economía, La investigación se realizó en 3 fases: análisis semiótico a priori, análisis de las entidades matemáticas correspondientes y la caracterización de los elementos del significado institucional global del contenido matemático pretendido. Se encontraron insumos significativos para el didacta, permitiendo diferenciar las ideas, los métodos, las representaciones, el contexto y los conceptos asociados a función afín en la economía de los matemáticos más representativos en una época histórica y reflexiones sobre la transposición de significados que sufren los objetos matemáticos para convertirse en significados a enseñar. Entre otras conclusiones, el estudio reveló: (1) El análisis funcional desempeñó un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos- (2) El significado histórico, destaca un lenguaje verbal, gráfico y notacional, técnicas del cálculo diferencial e integral, las propiedades empleadas: condiciones de ceteris paribus, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función entre otras

**Descriptor:** Análisis semiótico, Enfoque Ontosemiótico, significados

### **Resumo (Portugués)**

Este trabalho é um estudo interessante de conceituação da função afim na economia, considerando-se as ideias precursoras de conceitos de função: as curvas de oferta e demanda, demanda, oferta e ponto de equilíbrio, a partir dos problemas que deram origem e a partir de sua primeira maneira simples de seu formato atual, onde as diferentes áreas problemáticas, procedimentos, linguagem e outros elementos que mostram a evolução do significado da formulação matemática da função afim nesses conceitos são identificados por referência a partir do fundo mais remoto de matemáticos para Cournot (1838), Karl (1841), Fleming (1870), Walras (1874), Marshall (1890) também Ramos de Pacia (2005), Dalcin e Olave (2007), Gascón (2008). O estudo é exploratório e descritivo, enquadrado na abordagem onto-semiótica, porque as práticas discursivas e operacionais são analisados tendo em conta a ontologia de objetos envolvidos. O objetivo básico é a análise sob o enfoque ontosemiótico os significados históricos da função relacionada na economia, a pesquisa foi realizada em três fases: análise semiótica de uma análise a priori das entidades matemáticas correspondentes e caracterização dos elementos de significado institucional Em geral, o conteúdo pretendido matemático. Dados significativos para o analista de treinamento foram encontrados, permitindo que idéias de diferenciação, os métodos, as representações, o contexto e os conceitos associados função afim na economia dos matemáticos mais ilustres em uma época histórica e reflexões sobre a transposição de sentido experimentado por objetos matemáticos para tornar-se significados para ensinar. Entre outras conclusões, o estudo revelou: (1) Análise funcional desempenhou um papel importante na

formulação de certos modelos matemáticos-econômico (2) O significado histórico, destaca a linguagem verbal, gráfica e de notação, técnicas de cálculo diferencial e integral, propriedades utilizadas: condições ceterius paribus, características das funções usando os critérios da derivada de uma função, entre outras.

**Descritores:** análise semiótica, Foco significados ontosemiótico.

## Introducción

El significado del objeto matemático función, según Godino (citado por Rodríguez, 2009, p. 41), es el resultado de una ocurrencia de situaciones que se han producido a lo largo del tiempo; en general, el significado de un objeto matemático no es constante ni indivisible en el tiempo, históricamente ha evolucionado, ligado a los diferentes planteamientos asociados a la noción de dicho objeto matemático.

Desde el punto de vista de la Didáctica de la Matemática, la palabra significado es clave en la problemática de investigación en Educación Matemática, al respecto autores como Balachef (citado por Godino, 2010), expresan lo siguiente: “Un problema pertenece a una problemática de investigación sobre enseñanza de la matemática si esta específicamente relacionado con el significado matemático de la conducta de los alumnos en la clase de matemática” (pp.258). Así, al hablar de “ $y = a x + b$ ”, Función Demanda “, “ $f(Q, P) = 0$ ”, “Función Oferta”, etc., evoca su significado quien conoce su significado, donde la actividad matemática es el medio para la construcción de significados.

En relación con el planteamiento anterior, los recursos para apropiarse de un conocimiento matemático juegan un papel primordial en la dirección de este proceso de instrucción de la matemática, como son: los libros textos, documentos escritos y explicaciones del profesor, entre otros, los cuales deben tener un alto grado de representatividad y relación con la evolución histórica de los conocimientos matemáticos. Esto es de suma importancia, debido a que contribuye, según Avital (citado por Lupiáñez, 2002, p.60) a conocer los diferentes niveles de obstáculos, como: creencias, y concepciones, esquemas de pensamiento y conocimientos que están ligados a la historia de un objeto matemático, además de obtener ideas acerca de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes

Asimismo, señala Lupiáñez (2002), que muchos desarrollos históricos van de ejemplos concretos a generalizaciones, como se puede observar más adelante en las ideas precursoras de los conceptos de función: demanda y oferta, curvas de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron y desde su primera forma simple a su formato actual, esto contribuye significativamente a la comprensión de los estudiantes y a su vez, a *captar su significado* Sierpinska (citado por Rodríguez, 2014, p. 1)

En tal sentido, Godino y sus colaboradores han desarrollado en tres (3) etapas un conjunto de nociones técnicas que configuran un Enfoque Ontológico y Semiótico (EOS) de la Cognición e Instrucción Matemática. Este modelo aceptado por la comunidad de educadores matemáticos plantea la teoría de los objetos institucionales y personales, así como la teoría de las funciones semióticas, basado en los trabajos sobre significado y comprensión de los objetos matemáticos. En el EOS, la actividad matemática o práctica ocupa el lugar central y se modeliza desde una perspectiva sistémica. De estas prácticas emergen progresivamente los objetos matemáticos constituyentes del conocimiento objetivo, *objetos institucionales* y los del conocimiento subjetivo *objetos personales* (Godino y Batanero, 1994)

Asimismo, los autores citados anteriormente, en esta doble dimensión interdependiente- personal-institucional- entienden el significado como el sistema de prácticas (operativas y discursivas) realizadas por una persona o institución (escuela, libros textos, una clase, etc.) para resolver un campo de problemas, noción clave para

analizar la actividad matemática y los procesos de difusión del conocimiento matemático. Esto lleva al EOS a introducir una tipología básica de los significados institucionales y personales.

Al respecto, Godino (2003) incluye cuatro tipos de significados para el significado institucional: (a) *Significado institucional de referencia* (el significado del concepto según los “expertos”, la historia de dicho objeto, las orientaciones curriculares, los diferentes libros de texto, los significados personales de los profesores acerca del OM, etc.); (b) *Significado institucional pretendido* ( sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional); (c) *Significado institucional implementado* (sistema de prácticas que efectivamente tienen lugar en clases de matemáticas); y (d) *Significado institucional evaluado* (colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes).

Asimismo, en Godino (2002), se esboza un modelo teórico que incluyen seis tipos de objetos matemáticos que se ponen en juego en el trabajo matemático, denominadas *entidades primarias*, atendiendo a la función específica desempeñada por estas entidades en la actividad matemática. Esta herramienta permite analizar la variedad de significados atribuidos a una expresión. Estas se categorizan de la manera siguiente *Lenguaje*: términos, expresiones, notaciones, gráficos. En sus diversos registros, escrito, oral, gestual, *Situaciones*: problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra-matemáticas, ejercicios. Son las tareas que inducen la actividad matemática, *Conceptos* (introducidos mediante definiciones o descripciones) números, recta, punto, función, *Proposiciones*: propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados, *Acciones*: procedimientos del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras), *Argumentaciones*: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos, sean deductivos o de otro tipo.

En este trabajo se hace un recorrido por la evolución del significado de la formulación matemática de la función afín en los conceptos de: función demanda y función oferta, curvas de demanda, oferta y punto de equilibrio, tomando como referencia desde los antecedentes más lejanos de matemáticos hasta Cournot (1838), Karl(1841), Fleming(1870), Walras(1874), Marshall(1890), también Ramos De Pacía(2005), Dalcin y Olave(2007), Gascón(2008), tiene como objetivo principal el análisis bajo el enfoque ontosemiótico de los significados históricos de la función afín en la economía, donde se identifican los diferentes campos de problemas, procedimientos, lenguaje y otros elementos que muestran su evolución, se hace especial uso del significado de referencia debido a que se pretende realizar un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución de esta noción matemática, el cual sirve para describir cómo es la transposición de significados que sufren los objetos matemáticos para convertirse en significados a enseñar, a través del diseño curricular.

## **Teorías implicadas con los procedimientos de enseñanza y aprendizaje de las nociones matemáticas del estudio**

### **Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática**

Como se viene explicitando desde el comienzo de este trabajo hace más de veinte (20) años, interesados en la problemática de la investigación en Didáctica de las Matemáticas, en diferentes trabajos Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 1996; Godino y Batanero, 1998; Godino, 2002; Contreras, Luque, Font y Ordóñez, 2005; Godino, Batanero y Roa, 2005; Godino, Contreras, Bencomo y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007), han desarrollado en tres (3) etapas

un conjunto de nociones técnicas que configuran un enfoque Ontológico y Semiótico (EOS) de la Cognición e Instrucción Matemática. Se trata de un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico que puede explicar muchos de los fenómenos que se producen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A continuación se exponen, de manera breve, algunos de los Constructos del enfoque Ontosemiótico.

### **Instituciones**

Para Godino y Batanero (1994), una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas, las cuales están ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen. En el EOS, una Institución Matemática (IM), son las personas que en el seno de la sociedad están comprometidas en la resolución de nuevos problemas matemáticos, se consideran los productores del saber matemático, entre otras instituciones involucradas con el saber matemático se encuentran los utilizadores del saber y los enseñantes del saber matemático.

### **Significado institucional.**

Una característica que presentan los significados y objetos personales es que son fenómenos individuales, pero al estar inmerso el sujeto en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tiene también un carácter colectivo. Por tanto cualquier análisis que los abordara desde uno sólo de estos aspectos resultará reduccionista, por este motivo en el EOS (Godino y Batanero, 1994) se introducen las instituciones, *los objetos institucionales y los significados institucionales*. Al respecto, en el EOS se definen los *objetos institucionales* (OI) como “emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 340); además señalan respecto al carácter social del sistema de practica indica que son observables, entre ella se encuentran: descripciones de problemas, representaciones simbólicas, definiciones de objetos, enunciado de proposiciones y procedimientos entre otros, en cuanto el significado de un *objeto institucional* OI: “Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado” (Godino y Batanero, 1994: 40).

Ramos De Pacía (2005) señala con relación al objeto institucional los siguientes aspectos: (1) Las personas distinguen entre sus objetos personales y los objetos institucionales, cuando hablan de sus objetos personales utilizan el discurso en primera persona, mientras que al hablar de los objetos institucionales utilizan el discurso en tercera persona, (2) Un objeto institucional implica la generación de una regla de comportamiento compartida por toda la institución.

Para el EOS, la dimensión personal-institucional es una cuestión central y el estudiante pasa de ser un estudiante individual a ser un estudiante en una institución, es necesario, distinguir entre objetos personales y objetos institucionales a problematizar estas dos clases de objetos y la relación entre ellos. Además, se pretende que el significado de los objetos personales se ajuste lo más posible al significado de los objetos institucionales. Esta relación de ajuste es la que posibilita, según Ramos De Pacía (2005), la evaluación de los conocimientos de los estudiantes.

### **Tipos de Significado.**

Para explicar la dialéctica institucional-personal, en el EOS, según Godino (2002), se consideran diferentes tipos de significados institucionales y personales:

- a) **Significado institucional de referencia:** sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza

concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

- b) **Significado institucional pretendido:** Sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional.
- c) **Significado institucional implementado:** sistema de prácticas que efectivamente tienen lugar en clases de matemáticas, las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes.
- d) **Significado institucional evaluado:** colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes.

### **Componentes de los significados**

En el EOS se considera como objeto o entidad matemática, “todo aquello que pueda ser indicado, todo lo que pueda señalarse, o a lo cual puede hacerse referencia en toda actividad matemática “(Godino, 2002, p.5). Según las diversas funciones desempeñadas por estas entidades en el trabajo matemático, se tipifican como: situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, reglas, propiedad, argumentaciones, denominadas entidades primarias.

Asimismo, en Godino (2002), se especifican las siguientes funciones de cada entidad en la actividad matemática:

1. Lenguaje: términos, expresiones, notaciones, gráficos. En sus diversos registros, escrito, oral, gestual.
2. Situaciones: problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra matemáticas, ejercicios. Son las tareas que inducen la actividad matemática.
3. Conceptos (introducidos mediante definiciones o descripciones) números, recta, punto, función.
4. Propositiones: propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados.
5. Acciones: procedimientos del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras).
6. Argumentaciones: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos, sean deductivos o de otro tipo.

EOS es una herramienta teórica que se puede aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, la planificación o desarrollo de una unidad didáctica, entre otros, además de analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico o un manual escolar. Al respecto, los autores de este enfoque concluyen, en uno de sus trabajos realizados a un análisis de textos, que son componentes importantes del análisis didáctico de los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, dado que asumen una parte sustancial de este proceso instruccional.

### **Análisis ontológico-semiótico de un texto matemático**

En relación a este aspecto, Godino (2002), propone una técnica que consiste básicamente en: (a) su descomposición en unidades, (b) la identificación de las entidades puestas en juego y (c) identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las mismas por parte de los distintos sujetos. Este análisis ontológico-semiótico permite formular hipótesis sobre puntos críticos de interacción entre los diversos actores entre los cuales puede haber lagunas o vacíos de significación, o disparidad de interpretaciones que requieren de los procesos de negociación de significados y cambios en el proceso de estudio.

En el EOS se habla de análisis a priori cuando esa técnica se aplica a un texto que registra una actividad matemática que tiene que realizar un sujeto potencial (por ejemplo, un libro de texto) y de análisis a posteriori cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas. En ambos casos se pueden detectar conflictos semióticos. “Disparidad o desajuste entre los contenidos atribuidos a una misma expresión por el alumno y la institución” (Godino, 2003:258).

Los análisis a priori, según Godino (2002), permiten formular hipótesis sobre conflictos semióticos potenciales entre los cuales destacan, por su relevancia, aquellos que origina un libro de texto al dejar a cargo del alumno la realización de determinadas funciones semióticas que son básicas para la correcta interpretación del texto y que, de no producirse, pueden ocasionar una disparidad entre el significado personal global del alumno y el significado institucional pretendido. Por su parte, los análisis a posteriori permiten determinar los conflictos semióticos realmente producidos y contrastarlos con los detectados a priori. En el EOS, los conflictos semióticos se consideran como explicaciones de las dificultades y limitaciones de los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados cuando se comparan con el significado pretendido.

Los dos tipos de análisis comentados también permiten detectar limitaciones en los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados. Se hace referencia a las limitaciones originadas por significados institucionales (pretendidos o implementados) poco representativo de los significados referenciales. Estas limitaciones se producen cuando determinadas prácticas representativas del significado de referencia no son contempladas en el significado representativo o implementado. Según Godino (2002), la mayor o menor profundidad del estudio ontológico-semiótico, pueden considerarse otros dos tipos de análisis: uno, más amplio, centrado fundamentalmente en el segundo punto (identificación de las entidades puestas en juego), y otro, más pormenorizado, centrado fundamentalmente en el tercer punto (identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las diferentes entidades y facetas duales por parte de los distintos sujetos) en el que el sujeto pasa a primer plano. El primer tipo de análisis, que se puede definir “grueso” o “macroscópico”, a pesar de su potencia explicativa, presenta limitaciones importantes y es insuficiente cuando se considera también la cognición de las personas.

En el trabajo que se presenta, se utiliza la identificación de las entidades primarias puestas en juego en la historia de la función afín en la Economía, para obtener información acerca de las características del significado institucional referencial del contenido matemático pretendido.

A continuación se presenta una breve descripción histórica de la utilización de la matemática como herramienta de trabajo en la Teoría Económica, se desarrolla resaltando los avances más importantes en cuanto a los conceptos de función demanda, oferta, curva de demanda y de oferta, leyes de la demanda y oferta, punto de equilibrio objeto de interés para esta investigación.

### **Aproximación de la Evolución Histórica de la Matemática en la Economía**

Este período se caracteriza por tomar prestadas metodologías de las ciencias físicas y utilizar las matemáticas para desarrollar una teoría formal basada fundamentalmente en el cálculo. Por lo tanto, en este período el instrumento básico lo caracteriza el Cálculo Diferencial, el uso de las derivadas totales y parciales, de los multiplicadores de Lagrange y en general de la teoría de optimización clásica. Se desarrollan fundamentos matemáticos de la teoría del consumidor, productor



oligopolio, monopolio y equilibrio general, asumiendo que las funciones de utilidad y producción son bien diferenciables.

**Cuadro 1 Síntesis de la evolución histórica de la Matemática en la Economía**

<b>Siglo</b>	<b>Características</b>
<b>XVII</b>	<b>Hacia la matematización de la Economía</b> La matemática como instrumento metodológico en Economía William Petty (1623-1687). Emplea un método de inducción de datos cuantitativos para argumentar los problemas económicos y plantea que la curva de oferta del trabajo es descendente de izquierda a derecha. North (1641-1691) propone un método de análisis basado en la deducción de datos cuantitativos.
<b>XVIII</b>	<b>Los trabajos de Bernoulli y Cramer y el Cuadro Económico</b> Se formula la "Teoría Subjetiva del Valor" por Galiano. En 1733 Bernoulli y Cramer presenta Trabajo sobre la aplicación de la teoría de la probabilidad al análisis de la Utilidad esperada para la toma de decisiones. En 1758 Quesney diseña el "Cuadro Económico" o "Tableau Economique" es la base del sistema de matrices insumo-producto de Leontiff, En 1767 la expresión "Oferta y demanda" fue acuñada por <i>James Denham - Steuart</i>
<b>XIX</b>	<b>Aplicación de las Matemáticas a la Economía.</b> A principios de este siglo Von Thunen usa el cálculo infinitesimal como forma de razonamiento económico. Se origina la Economía Matemática. En 1838 se inicia la matematización de la economía con la aparición de <i>Investigaciones sobre los principios matemáticos de la teoría de la riqueza</i> de Antoine August Cournot. En 1841 Karl H Rau utilizó un diagrama para describir la formulación del precio de equilibrio competitivo, representa la variable independiente (precio) en el eje de ordenadas y la dependiente (cantidades) en el eje de la abscisa. Jenkin en 1870 publica los diagramas de oferta y demanda en un trabajo titulado <i>La representación grafica de las leyes de Oferta y Demanda y su aplicación al trabajo</i> . August Walras en 1871 analiza el significado de sus puntos de intersección de las curvas de oferta y demanda. Marshall presenta en su obra <i>Principios de Economía</i> (1890), sus desarrollos matemáticos en notas al pie de página y en apéndices
<b>XX</b>	<b>Hasta nuestros días. Modelos lineales, teoría de conjunto e integración</b> En 1909, Pareto argumenta la teoría de la optimalidad del equilibrio competitivo, se inicia, de integración del cálculo, teoría de conjunto, modelos lineales y otras nuevas técnicas matemáticas aplicadas a la economía, desde 1961 hasta la actualidad.

**Aproximación de la evolución histórica de la función Demanda, función oferta y punto de equilibrio**

Este análisis se realiza apoyándose fundamentalmente en los trabajos sobre: *Investigaciones de los principios matemáticos de la teoría de la riqueza* de Cournot (1838), Karl Heinrich Rau (1841), Jenkin (1870) *La representación grafica de las leyes de Oferta y Demanda y su aplicación al trabajo* de August Walras (1890), y Marshall en

*Principios de Economía*, un aspecto bien interesante de esta revisión, son los diferentes niveles de obstáculos, en cuanto a las creencias y convicciones, esquemas de pensamiento y de conocimiento que rodean la inclusión de las matemáticas en los modelos económicos. Por lo tanto, la formulación matemática de la función afín en estos conceptos es el resultado de una emergencia que se ha producido a lo largo de mucho tiempo. A continuación se expone, de manera muy sintética, su evolución histórica

- Volviendo la mirada al siglo XVIII, se encuentra que la demanda y la oferta no son consideradas una variable económica o no existía una teoría matematizable de las mismas, se definen en términos más o menos biológicos, pero también puede ser un mero deseo de poseer un bien, un dato independiente del sistema de relaciones de intercambio, el deseo acompañado de la oferta de algo de valor a cambio o la cantidad efectiva que está dispuesto a pagar por un bien. Al respecto, García (1969) señala que esta palabra tiene dos sentidos uno Psicológico o potencial y otro económico o real, el cual se definen como: a) Potencial es la cantidad que el sujeto está dispuesto a adquirir de acuerdo a sus deseos (Cualquier punto de la curva de demanda) y, b) la Efectiva (El punto de equilibrio con la oferta), la cantidad que efectivamente adquiere.

Cabe destacar que en este siglo aparece en un artículo de Bernoulli, la primera definición explícita de función, como una magnitud variable era una cantidad compuesta de cualquier manera con esa magnitud variable y de constantes, la cual la modifica en 1748 su discípulo Euler, en el capítulo I de su libro "Introduction an Analysin infinitorum", el cual se puede considerar la piedra angular del análisis, según Ruiz, (1998), sustituye el término "cantidad" por "expresión analítica". Asimismo, Euler consideraba que a cada expresión analítica le correspondía una gráfica cartesiana, y que expresiones analíticas, que de entrada parecían diferentes podrían tener la misma gráfica, pero consideraban que a gráficas diferentes correspondían expresiones analíticas diferentes.

- En 1838, Cournot establece un concepto de riqueza el cual identifica con el término Valores Intercambiables, complementa este término posteriormente con el de demanda, y para él demanda es lo mismo que ventas, a estas tres palabras las considera sinónimas y se puede expresar mediante las siguientes igualdades Valores intercambiables = Demanda = Ventas ( Ávila, A. s/f). Producto de una observación este autor comenta que la ventas o demanda aumentan al disminuir el precio, lo que permite enunciar la ley de oferta y demanda así: *Las Ventas o la demanda anual D, de cada artículo, es función, F(p), del precio, p, de ese artículo* , simbólicamente se expresa  $D=F(P)$  (Cournot, 1897, p.47). Agrega este autor que la función de Demanda depende de otros factores, aparte del precio como son: "la clase de utilidad del artículo, la naturaleza de los servicios que presta o el disfrute que procura, de los hábitos y costumbres de la gente, de la riqueza media y de la escala en que se distribuye la riqueza "(Cournot, 1897, p.47). Asimismo considera que no es fácil obtener una forma algebraica de F (p). Además representa las curvas de oferta y demanda y expuso en términos gráficos y analíticos la formación del punto de equilibrio. con la publicación de sus "Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas" utilizó en forma sistemática los principios del análisis matemático, al igual que sus antecesores, captando el proceso económico en términos de relaciones funcionales y no como relaciones numéricas.
- En 1841, Rau Heinrich Karl utilizó un diagrama para describir la formación del punto de equilibrio, algunos economistas lo consideran el precursor del diagrama de las tijeras de Marshall. Tenía las ideas claras respecto al concepto de oferta, demanda y punto de equilibrio competitivo a corto y largo plazo. Según, Vázquez (2002), para Rau las causas que regulan la formación del precio son el valor de los bienes que se intercambian, los costos de producción y la concurrencia de los oferentes y

demandantes, y enuncia la primera regla respecto al precio de un objeto en la cual este no debe sobrepasar el valor que posee para un comprador, considerando que el valor representa el sacrificio que se está dispuesto hacer para obtener un bien. Cabe destacar que Rau tenía conocimiento de que el efecto de las variaciones de la Oferta y la demanda sobre el precio del mercado depende de la pendiente de las curvas de oferta y demanda, además de advertir de que su análisis es válido solo bajo las condiciones de *ceteris paribus*, en el supuesto de que varíe solo el precio permaneciendo constante la necesidad de la mercancía y la renta del consumidor.

- En 1870, Fleming publica en su obra *The Graphic Representation of the Laws of Supply and Demand, and their Application to Labour* curvas de oferta y demanda, tratándolas explícitamente como funciones, en donde representa en un sólo gráfico un sistema de dos ecuaciones (oferta y demanda) con dos incógnitas (precio en chelines y cantidad en quarters), además expresa simbólicamente a la demanda como  $D = f(1/x)$ , donde  $x$  es el precio, comenta que la dependencia de la demanda del precio puede ser válida en cualquier día en el mercado y la función oferta es  $S = f(x)$ , con lo que el precio  $x$  puede determinarse siempre que las cantidades demandadas y ofertadas varíen según un precio fijo y exclusivamente como respuesta a cambios en el precio (Fernández 2003).
- En 1874, Walras define y expresa matemáticamente y gráficamente la curva de la demanda, apoyándose en los trabajos de Cournot de la escuela francesa. Según, Zarategui (2002) la función de la demanda Walrasiana es producto de un programa de maximización de la utilidad en el que los precios y las rentas son los parámetros, cuya expresión matemática es  $x_i = D(p, m)$  donde  $p = (p_1, \dots, p_n)$ , la cual es homogénea de grado cero en  $p$  y  $x$ , convexa y cumple con la ley de Walras  $p \cdot x = w$  para todo  $w$ .
- En 1890, Marshall, a quien se le considera el autor central de la teoría de la demanda, presenta su opus magna "Principios de Economía", presenta el mercado y las relaciones demanda, oferta y punto de equilibrio, evitó en su escrito la aplicación de la matemática, consideraba que estas eran un obstáculo en su objetivo para presentar a la economía como un instrumento de cambio social. Todos sus análisis matemáticos los expone en un Apéndice Matemático al final de su obra, la función de demanda, en su forma Marshalliana, estudia la relación entre el precio y la cantidad, suponiendo constante a todo lo demás (p.122) y su forma matemática sería:  $X = L(p, p_1, \dots, p_n, y, g, o)$ , referido a relaciones primarias que afectan la demanda, la oferta y el precio de un bien, entre las cuales se encuentran el precio, el precio de otros bienes, los gustos, la renta o riqueza, etc. (Ramos De Pacía, 2005). Pero al suponer estas fuerzas constantes con la frase *ceteris paribus*, sin perder rigor analítico, esto se refiere a el precio de otros bienes, los gastos, la renta o riqueza, etc. constantes, la única variable que influye en la cantidad demanda es el precio, y la función demanda tomara la forma:  $X = L(p)$ . El aporte hecho por Marshall a través de su *ceteris paribus* ha sido de enorme utilidad, especialmente para la microeconomía moderna.

## Metodología

El estudio es de tipo exploratorio y descriptivo enmarcado en el enfoque Ontosemiótico. Este análisis semiótico permite identificar el sistema de entidades (lenguaje, situaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), que se ponen en juego en el estudio del contenido matemático siguiente: Función Demanda, Función Oferta, curva de demanda, curva de oferta y Análisis del Punto de Equilibrio. La muestra analizada consistió en 14 registros escritos entre (3) tesis doctorales, (8) trabajos de investigación y (3) libros de textos. Este análisis se hizo dividiendo en épocas y aspectos resaltantes el contenido matemático pretendido.

El instrumento empleado para la identificación de las entidades matemáticas del significado histórico del contenido matemático referido fue una tabla de dos (3) columnas utilizadas por Chacón (2006, p.56) en la izquierda se colocan los elementos de las entidades matemáticas y en la columna de la derecha la descripción del significado histórico para cada entidad matemática. Esto permite obtener información acerca de las características del significado institucional de referencia del contenido matemático pretendido

## Resultados

En el Cuadro nº 2 se listan las entidades matemáticas puestas en juego en una parte del contenido matemático, dada la extensión de un análisis completo se destacan las ideas más importantes.

- El lenguaje empleado para los términos demanda, oferta y punto de equilibrio es verbal en un principio. La demanda y oferta son expresiones que se emplea casi siempre para referirse a una cantidad presentada a la venta o una disposición subjetiva a vender, un “deseo” de poseer un bien. A partir de 1838, Cournot establece un concepto de riqueza el cual identifica con el término Valores Intercambiables. Complementa este término posteriormente con el de demanda, y para él demanda es lo mismo que ventas. A estas tres palabras las considera sinónimas y se pueden expresar mediante las siguientes igualdades: Valores intercambiables = Demanda = Ventas. Esto le permite enunciar la ley de la Demanda y define a la demanda como una Función que depende del precio. Posteriormente se definen función oferta y punto de equilibrio. Pueden observarse registros con un lenguaje en términos económicos y matemático, expresiones simbólicas, por ej.  $D=f(P)$ ,  $S = F(x)$ ,  $D=f(1/x)$  notaciones y gráficas.
- Las situaciones surgen de la realidad para responder a las preguntas sobre valor de cambio, relación entre el precio y las cantidades, si los sindicatos pueden aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo entre otras.
- Las acciones empleadas por los diversos investigadores de estos tiempos se destacan operaciones algebraicas, técnicas del cálculo diferencial e integral, trazado de curvas, entre otras.
- Las propiedades empleadas: condiciones de ceteris paribus, axiomas sobre funciones, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función, continuidad, convexidad, la primera ley de Jenkin entre otras.
- Los argumentos encontrados: demostraciones algebraicas, formales deductivas, inductivas, razonamientos gráficos

**Cuadro 2 Entidades Matemáticas de los Significados Históricos de la Función Demanda, Función Oferta , Curva de Oferta y Demanda y Punto de Equilibrio**

Entidades	Descripción		
	Demanda	Oferta	Punto de equilibrio
<b>Lenguaje</b>	<p><b>Términos y expresiones</b>                      Valor de uso, Valor de cambio, deseos, Demanda, demandar, Cantidades demandadas, Demanda efectiva, bien Demanda potencial, Demanda Anual o ventas, Ley de demanda o ventas, Precio, Función continua, Función decreciente, Variaciones de la Demanda , Disminución de la demanda, renta, Demandantes, comprador, ley de decrecimiento de la utilidad marginal, función demanda, ceteris paribus, elasticidad de la demanda, Valores intercambiables;</p> <p><b>Notación:</b>  <math>D=f(p)</math>; <math>X= L ( p)</math>;  <math>D=f(1/x)</math>; <math>x_i=D(p, m)</math>  <math>p=(p_1, \dots, p_n)=</math>precio  <math>x=p=</math>precio;  <math>p=</math>precio anual medio; <math>X= L ( p, p, \dots, p_i, \dots, p, y, g, o), p, \dots, p_i..p=</math> precio de otros bienes, <math>y=</math> renta; <math>g=</math> gustos; <math>o=</math>otros</p> <p><b>Gráficos:</b>                      Curva de demanda, demanda individual de mercado,</p>	<p><b>Términos y expresiones</b>                      Oferentes, variaciones de la Oferta, precio del mercado, Curvas de oferta, costos de producción, ceteris paribus, necesidad de la mercancía, la renta del consumidor, poseedores, cantidades ofertadas, venderse, Función oferta, <math>S = f(x)</math>, <math>S= f (A + x)</math></p> <p><b>Notacion:</b>  <math>x</math> es el precio  <math>P</math> precio</p> <p><b>Gráficos:</b>                      Representación gráfica de la curva de oferta.</p>	<p><b>Términos y expresiones</b>                      Oferta, Demanda, cantidades ofertadas, cantidades demandas. Precio de Equilibrio Punto de equilibrio. Excedente, escasez costos de producción, igualar.                      Desplazamiento de la Oferta y la Demanda, Curva de demanda y curva de oferta, elasticidad de la demanda, la cuasi-renta, el bien complementario y bien sustituto, economías externas y economías internas.</p> <p><b>Gráficas</b>                      Diagramas de la Oferta y Demanda                      Diagrama de las tijeras de Marshall.</p>

	desplazamiento de la Demanda, Diagrama de las tijeras de Marshall.		
<b>Situaciones</b>	Problemas extra-matemáticos para representar las curvas de demanda. - encontrar las condiciones de crecimiento o decrecimiento, de una función, continua	Ejemplos gráficos de la curva de oferta Ejercicios numéricos Problemas contextualizados en para el pago de salarios	Si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces, fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo. La determinación simultánea del equilibrio parcial de cada mercado.
<b>Acciones</b>	-Ejemplos numéricos - Obtener la Curva de Demanda -Determinar si la función es decreciente aplicando el criterio de la primera derivada. Reglas de derivación	-Obtener la Curva de Demanda y oferta. . Aplicar los criterios de la primera derivada	Dibujar la curva de oferta y demanda en un mismo gráfico.
<b>Conceptos</b>	<b>Conceptos Previos</b> Teoría del valor, Teoría de la Utilidad Marginal Ceteris Paribus. Demanda efectiva, Demanda potencial, Función. Función Utilidad  <b>Conceptos definidos</b> Función Demanda Desplazamiento de la Demanda Curva de demanda	<b>Conceptos Previos</b> Costos de producción Vender, Utilidad  <b>Conceptos definidos</b> Oferta , Ley de oferta	<b>Conceptos Previos</b> Oferta, demanda.  <b>Conceptos definidos</b> Punto de equilibrio. Precio de equilibrio. Excedente. Escasez, Variación de la oferta y la demanda

<b>Proposiciones</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Criterios para representar gráficamente una función.</li> <li>-Propiedades de las funciones.</li> <li>-Reglas de derivación.</li> <li>-Criterios de la primera derivada y segunda derivada de una función.</li> <li>-Característica de la pendiente de una recta.</li> <li>-Condiciones de Ceterius Paribus.</li> </ul>	<p>Las propiedades de la derivada</p> <p>Criterios de la primera derivada</p> <p>Relación entre la cantidad ofertada <math>x</math> y el precio <math>p</math>.</p> <p>Cláusula “ceteris paribus”</p> <p>Criterios para representar gráficamente una función.</p> <p>Característica de la pendiente de una recta</p>	<p>El equilibrio parcial sostiene que el precio de mercado es aquel en donde se cruzan las curvas de oferta y demanda.</p> <p>Las fuerzas del mercado se pueden ver afectado por algunas situaciones.</p>
<b>Argumentos</b>	<p>Razonamientos gráficos.</p> <p>Deductivos a partir de la definición.</p> <p>Inductivos.</p> <p>Cálculo diferencial</p>	<p>Razonamientos gráficos.</p> <p>Deductivos a partir de la definición y del signo de la primera derivada</p>	<p>Razonamientos gráficos, deductivos</p>

Nota: El esquema es una adaptación del propuesto en “Análisis del proceso de Instrucción del álgebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica” por Chacón (2006, p. 56.)

## Conclusiones

- Conocer la evolución histórica de los conocimientos matemáticos contribuye a entender los diferentes niveles de obstáculos, como: dificultades, creencias, y concepciones, esquemas de pensamiento y conocimientos que están ligados al objeto matemático.
- El objeto matemático función aún desempeñó un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos, ha permitido analizar un fenómeno y establecer conclusiones en términos matemáticos, que luego deben contrastarse con la situación real, ya que las conclusiones e interpretaciones basadas en el modelo matemático deben ofrecer soluciones, explicaciones y probablemente pronósticos del comportamiento futuro del fenómeno económico.
- Las entidades matemáticas del significado histórico se destaca por el uso de un lenguaje verbal, gráfico y notacional. En cuanto a lo situacional surge de la realidad para responder a las preguntas: valor de cambio, relación entre el precio y las cantidades, si pueden los sindicatos aumentar los salarios, y afronta dos respuestas negativas que se daban entonces, fundadas en la rigidez del fondo de salarios y de la oferta y la demanda de trabajo entre otras.
- En cuanto a las proposiciones empleadas por los diversos investigadores de estos tiempos se encuentran las condiciones de ceterius paribus, axiomas de funciones, características de las funciones aplicando los criterios de la derivada de una función, continuidad, convexidad. En las primeras investigaciones se observa poco rigor matemático, actúa más como instrumento técnico, sin embargo, los conceptos y relaciones económicas van adquiriendo rigor y claridad en la expresión de los mismos

logrando expresar la relación de dependencia entre las magnitudes cuantificables y diversos teoremas económicos. Entre los argumentos encontrados se pueden mencionar los siguientes: demostraciones algebraicas, formales deductivas, inductivas y razonamientos gráficos

### **.Referencias Bibliográficas**

- Barrios G., A. y Carrillo F., M. (2005). *Análisis de Funciones en economía y empresas: un enfoque interdisciplinario*. España: Ediciones Díaz de Santos.
- Cámara S., A. (2000). "Aportaciones de la Matemática a la metodología económica." *Universidad Rey Juan Carlos de Madrid 28032* Vol. 12, Supl. nº 2, pp. 103-107. Madrid (España).
- Chacón G., R. (2006). *Análisis del proceso de instrucción del Algebra abstracta en la Universidad Nacional abierta, desde una perspectiva Semiótica- Didáctica*. Barinas 2006. Tesis (Msc En educación Abierta y a Distancia).Universidad Nacional Abierta, 2006.
- Cournot, A. (1838). *Researches into the Mathematical Principles of the theory of wealth*. New York. The Macmillan Compañy.
- Dalcin, M. y Olave, M. (2007) "Ecuaciones de primer grado: su historia". *Acta latinoamericana de Matemática Educativa* Vol.20 Editora Cecilia Crespo C., Editorial Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Fernández, A. (2003). *Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas*. Matemática I. Módulo IV. Universidad Nacional Abierta.
- García (1969). *Los supuestos básicos de la función demanda*. [Documento en línea]. Disponible en: [http://www.cepc.es/rap/publicaciones/revistas/11/resp\\_053\\_109.pdf](http://www.cepc.es/rap/publicaciones/revistas/11/resp_053_109.pdf). [Consulta: 2009, febrero 07].
- García y Molina (1994)." La economía matemática y la controversia sobre la utilización de las matemáticas en la economía". *Cuadernos* 26, 1994, pp25-46.
- Gascón, J. (2008). *Historia de las Matemáticas*. Selección de lecturas, UNA. Caracas 2008.
- Godino, J. (2002)."Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática". *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. (2003). *Teorías de las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática*. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Godino, Contreras y Font. (2006). "Análisis de los Procesos de la Instrucción Basado en el Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática". *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 26(1), 39-88.
- González, C. y Gil, M. (2000). *¿Tiene límite el uso...?*. Rect@ Volumen 2 (2000) 36 disponible en [www.uv.es/asepuma/recta/ordinarios/dos/trab2.pdf](http://www.uv.es/asepuma/recta/ordinarios/dos/trab2.pdf). [Consulta: 2009, febrero 07].
- Lupiáñez, J.L. (2000). *Reflexiones didácticas sobre la Historia de la Matemática*. SUMA 40.pp.59-63
- Ramos De Pacía, Ana B. (2005). *Objetos Personales Matemáticos y Didácticos del Profesorado y Cambios Institucionales*. Programa de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Matemática. Universidad de Barcelona. España.
- Rodríguez E. (2010). Análisis ontosemiótico sobre una lección de la función afín y de la ecuación lineal en la economía. *Programa de maestría interinstitucional de matemática*. UCLA-UNEXPO-UPEL. Barquisimeto. Venezuela



- Ruiz Higuera, L. (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Jaén. Servicios de publicaciones. (Colección Juan Pérez de Moya). ISBN 84-89869-21-9.
- Scheifler, X. (1995). *Historia del Pensamiento Económico*. (5ª edición). México. Trillas.
- Vázquez, A. (2002). "Karl Heinrich Rau y el Diagrama Marshalliano de la Oferta y la Demanda." *Revista de Historia Económica Año XX*, Invierno, Nº 1. Departamento de Economía Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.
- Zaratiegui. (2002) "¿Por qué es preferible la función de demanda Marshalliana a la de Walras?" *Cuadernos de CC.EE.*, Nº 42, pp. 111-121