



**CONGRESO  
IBEROAMERICANO**  
DE CIENCIA, TECNOLOGÍA,  
INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

BUENOS AIRES, ARGENTINA  
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

**CONGRESSO  
IBERO-AMERICANO**  
DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA,  
INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

BUENOS AIRES, ARGENTINA  
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

## **El uso de GeoGebra<sup>®</sup> en las aulas del Curso de Ingreso a la Universidad: los porqués de una elección**

ASSUM, D; GUIL, D; MALET, O.

## **El uso de GeoGebra® en las aulas del Curso de Ingreso a la Universidad: los porqués de una elección**

Daniel Assum, Universidad Nacional de Tres de Febrero, danielassum@gmail.com

Dora Guil, Universidad Nacional de Tres de Febrero, doraguil@yahoo.com.ar

Omar Malet, Universidad Nacional de Tres de Febrero, omalet@gmail.com

### **Introducción**

La experiencia de uso de GeoGebra® que presentamos se desarrolla en la cátedra de *Matemática y Metodología para su Estudio*, del Curso de Ingreso a la Universidad Nacional de Tres de Febrero (UNTREF), a partir de 2012.

La UNTREF es una de las instituciones receptoras del interés por los estudios superiores de amplios sectores de la población que, hasta hace poco más de una década, no incluían esta alternativa de futuro en su imaginario social.

El desafío inédito que tal demanda supone ha llevado a la institución a concebir el ingreso universitario como *ingreso responsable*, esto es, como un proceso en el que se conjugan y concurren responsabilidades de las escuelas secundarias de procedencia de los estudiantes, de los propios estudiantes y de la Universidad.

Solidariamente, desde la Secretaría Académica el ingreso es entendido como un espacio académico de transición entre la escuela secundaria y la universidad, en el que se articulan saberes, metodologías, contenidos y lógicas institucionales, y cuyo centro de atención e interés es el alumno que transita tal espacio y no, las diferentes instancias institucionales que recorre.

En línea con estos principios, los propósitos de la materia Matemática y Metodología para su Estudio son:

- Promover una experiencia de aprendizaje de la Matemática que aliente y a la vez apele a: a) La confianza de los alumnos en sus propias posibilidades de pensar matemáticamente; b) La valoración del grupo de pares con ritmos similares de aprendizaje como ámbito adecuado para la construcción de los conocimientos matemáticos; y c) La autonomía en el estudio de la materia.
- Recuperar, complementar, sistematizar y resignificar los saberes matemáticos previos de los alumnos, conformando con dichos saberes una plataforma común de partida para los estudios matemáticos propios de las carreras de grado.

Tres marcas de identidad de la materia que a nuestro criterio convergen en la consecución de esos propósitos son:

1) El modo de entender las relaciones entre la Matemática y la “realidad”: los objetos matemáticos no son considerados solo, ni prevalentemente, como entes abstractos, sino también como modelos matemáticos de situaciones de contexto real. Esta opción de índole epistemológica supone reconocer a la realidad, y a los fenómenos y procesos que en ella tienen lugar, como fuente y origen de aquellos objetos. Desde esta perspectiva, los objetos matemáticos no solo son pasibles de ser aplicados a la realidad, sino que su génesis hunde sus raíces en la realidad misma, y expresa el intento humano de describir, comprender, explicar y transformar la realidad, y de resolver los problemas que ella plantea (en este sentido, la génesis explica la aplicabilidad).

2) La redefinición de prioridades en el campo ontológico, es decir, en el campo de los objetos matemáticos a movilizar, a enseñar, a evaluar: se resigna el predominio de los objetos procedimentales, y, en particular, de los procedimientos estandarizados o algorítmicos, para incluir como objetos matemáticos por derecho propio a las situaciones problemáticas (especialmente, a las situaciones contextualizadas, o de contexto real), al lenguaje (en sus distintos códigos, revalorizando, por ejemplo, el lenguaje coloquial y el lenguaje gráfico o visual), a los argumentos, a los conceptos, a las propiedades y a los procedimientos de carácter heurístico o no algorítmico.

3) La modificación de la dinámica de las clases; en un registro didáctico, el cambio propugna el trabajo autónomo de los estudiantes, organizados en grupos relativamente homogéneos en cuanto a su ritmo de aprendizaje de la disciplina, trabajo que es sostenido por un material de estudio diseñado *ad hoc*, y acompañado comprometida y militantemente por el docente. Esta dinámica supone renunciar al “orden explicador” (Rancière, 2003), en el marco del cual el docente transmite el saber por la vía de la explicación, en la creencia de que los alumnos aprenden “bebiendo la palabra profesoral” (Perrenoud, 2012). Supone, asimismo, renunciar a la presunción de autonomía, vale decir, a la dinámica perversa por la que el profesor les propone a los estudiantes que resuelvan por sí mismos unos ejercicios extraídos de un ejercitatorio, y se pone a su disposición para que consulten con él las dudas que se les planteen, dando por sentado que los alumnos están en condiciones de llevar a cabo tales operaciones (resolver por sí mismos un ejercicio que carece de contexto de referencia –salvo su pertenencia al ejercitatorio–, identificar sus dudas, traducir las dudas en preguntas o consultas comunicables), e ignorando o minimizando la complejidad de los procesos (cognitivos, pero también afectivos) que esas operaciones entrañan; la presunción de autonomía suele conducir a soltarles la mano a los alumnos, a dejarlos librados a su propia suerte, a una especie de abandono pedagógico.

La experiencia de uso de GeoGebra® que describimos no es sino la de un primer acercamiento al empleo de la tecnología digital en la enseñanza y el aprendizaje de la materia. Al planificarlo fue indispensable considerar tanto el potencial de uso de este tipo de tecnologías en el aprendizaje de la Matemática, como las dificultades que supone su integración. Estas dificultades están determinadas por diversos factores. Entre otros, el acceso a los recursos, su interacción con los docentes y estudiantes, su integración estratégica y coherente con la propuesta epistemológica, ontológica y didáctica de la cátedra.

En efecto, aunque han sido y son muchas las expectativas que recaen sobre la tecnología digital y su utilización en la educación, la relación entre tecnología y educación ha resultado especialmente compleja, y el impacto logrado no ha sido tan significativo como se esperaba. Ya en 1997 Chadwick señalaba que, hasta ese momento, el mayor impacto de la tecnología estaba dado por la construcción de una máquina–juguete y tal vez, eventualmente, una herramienta de productividad, lo cual no abría las posibilidades al uso del computador como verdadera herramienta de aprendizaje. Casi 15 años después, Cobo Romani y Moravec (2011) dan cuenta de la tensión entre el propósito de mejorar la educación con la introducción de nuevas tecnologías y el escaso impacto logrado. Entre otras evidencias, retoman las conclusiones del informe 2008 de la European Commission:

El impacto de las TIC en la educación y en la formación todavía no ha sido tan significativo como se esperaba, y ello a pesar del amplio apoyo político y social que han tenido .... A pesar de que las TIC tienen el potencial para desarrollar un proceso continuo de aprendizaje ..., esto aún no se ha alcanzado. (p. 80)

En el caso particular de Matemática, si bien se cuenta con abundante material destinado a facilitar la enseñanza y el aprendizaje mediante las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), numerosos trabajos evidencian también poca integración de esas tecnologías en las clases (Godino J. D., 2005).

Conscientes de esta situación, y, a la vez, animados por la convicción de que la tecnología digital puede ser un recurso potente para acompañar, sostener y transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, optamos por una aproximación a su implementación que podríamos definir como *estratégica*; por un lado, procura atender a las características personales y socio-culturales de los estudiantes y de quienes integramos el equipo docente de la cátedra; por otro lado, sin desconocer su valor intrínseco, se la subordina a un propósito específico: el de asistir a alumnos y profesores en procesos de visualización matemática, y enriquecer tales procesos.

## **Marcos de referencia**

### **Concepción de *tecnología***

A los fines de la experiencia que presentamos, hacemos propia una concepción de tecnología que la considera como un cuerpo de conocimientos y una actividad cultural de una sociedad en un momento histórico determinado y no, simplemente, un objeto material.

Es decir, no entendemos a la tecnología en forma independiente de la sociedad en la que está inmersa. Por el contrario, consideramos fundamental la dialéctica entre ambas: la tecnología influye en la sociedad, y esta la retroalimenta, modificándola permanentemente, y llegando, incluso, a provocar, en determinados momentos históricos, un cambio tecnológico de gran impacto en el hombre y en su forma de percibir el mundo. Es lo que Bolter (1984) define como *tecnologías de definición*: el torno y el arado en la antigua Grecia, el reloj en la sociedad medieval, la máquina de vapor más adelante, y el ordenador en nuestros días.

Una vez que una nueva tecnología ha sido aceptada por el conjunto de la sociedad, se torna en el eje direccionador de las ideas del momento histórico; es utilizada como metáfora, ejemplo, modelo y símbolo en las diversas actividades culturales; funciona como reorganizador del conocimiento ya adquirido, y como guía en la exploración de fenómenos nuevos, dando lugar a una nueva perspectiva en la búsqueda e interpretación de la información (Salomon, G., 1991).

Esta concepción de tecnología supone un análisis complejo y dinámico del contexto en su conjunto: factores tecnológicos existentes (metodologías, técnicas, instrumental, etc.), características particulares de los actores intervinientes y los grupos de trabajo, relaciones entre los actores, los grupos y los factores tecnológicos. Ciapuscio (1994, p. 79) afirma:

Responder a la pregunta sobre los efectos en la sociedad de una determinada tecnología requiere que se tenga una buena teoría sobre cómo funciona esa sociedad. La simplicidad de la pregunta conduce a error. Contestarla adecuadamente requiere a menudo una comprensión de la dinámica total de la sociedad.

Y según Fainholc (2012, p. 31):

Se asume cada intervención tecnológica como un modo de ver y entender el mundo y la vida, la sociedad y la cultura, no como un paquete cerrado de

aparatos, normas y procedimientos para hacer las cosas de un modo prescriptivo.

La tecnología que impacta transversalmente en la sociedad actual es la tecnología digital (smartphones, tablets, computadoras, consolas de videojuegos, videocámaras, cajeros automáticos, etc.), que no solo altera nuestra manera de realizar las tareas cotidianas, sino que también incide en la manera de comunicarnos y relacionarnos, y, esencialmente, en la manera de adaptarnos al medio, y de aprehenderlo.

### **Concepción de *tecnología educativa***

A la vez, en cuanto al enfoque adoptado en relación con la tecnología educativa, pretendemos trascender la concepción convencional que la considera solo como desarrollo y uso sistemático de estrategias y técnicas en procesos educacionales, como aplicación y uso de nuevos productos, y como fin último, y no como medio para potenciar las capacidades del estudiante.

Según esta concepción convencional, la tecnología educativa solo estaría orientada a realizar tareas de forma más eficiente y en menos tiempo. Nos interesa, en cambio, el uso de la tecnología como instrumento capaz de potenciar la capacidad cognitiva del estudiante, brindándole la oportunidad de realizar nuevas tareas y operaciones, de perseguir nuevas metas, de comprobar hipótesis de trabajo dentro de un ambiente controlado (Salomon, G., 1991): la tecnología como un puente entre distintos conocimientos, introducida con un propósito y una aplicación concreta.

El enfoque de *Tecnología Educativa Apropiada y Crítica* expresa este punto de vista, en la medida en que propone un cambio reflexivo de adaptación/apropiación de procesos y productos tecnológicos en tanto facilitadores de prácticas educativas comprometidas con el cambio cultural. Es decir, la apropiación reflexiva de las aplicaciones de la ciencia y de la tecnología al campo de la pedagogía, y el abordaje de la educación desde una perspectiva holística y prospectiva, con el fin de alcanzar el objetivo de un sistema educativo democrático y una sociedad equitativa.

¿Por qué desde este enfoque la Tecnología Educativa es calificada como *Apropiada* y como *Crítica*?

*Tecnología Educativa Apropiada*, en el sentido de recuperar tecnologías tradicionales que han servido para la transmisión y expresión cultural y, a la vez, de adaptar las nuevas tecnologías para lograr modos emergentes de comunicación y participación. Este enfoque pretende, también, desarrollar nuevas tecnologías que promuevan la inclusión e integración de todos los sectores de la población. Tecnología adaptada y con sentido social, internalizada, aprendida, resignificada, o sea, propia de aquel que la utiliza (Fainholc, B., 2012).

*Tecnología Educativa Crítica*, porque propone, por un lado, el análisis de las nuevas formas de fragmentación e inequidad asociadas al tecnologismo de este siglo, y, por otro, la apropiación y el rediseño tecnológico de cara a las necesidades de una sociedad más libre e igualitaria, que reconozca la posibilidad de elección de las personas y los grupos, para la superación de la inequidad y el mejoramiento de la calidad de vida (Fainholc, B., 2012).

### **La *visualización* en Matemática**

En la experiencia que presentamos, la integración de la tecnología digital en los procesos de enseñanza y de aprendizaje se orientó a acompañar procesos de *visualización*. Para conceptualizar estos procesos recurriremos a los aportes del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS), cuyos

referentes principales son Juan Díaz Godino (Universidad de Granada), Vicenç Font (Universidad de Barcelona) y Carmen Batanero (Universidad de Granada).

De acuerdo con el EOS, el análisis de la actividad matemática se centra en las *prácticas* (escolares o profesionales) de las personas o las instituciones involucradas en la resolución de determinadas situaciones problemáticas.

Según Godino (2002) y Godino y Font (2007), los objetos que intervienen en esas prácticas son:

- ✓ **Situaciones-problemas (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios); son las tareas que inducen la actividad matemática.**
- ✓ **Conceptos, dados mediante definiciones o descripciones.**
- ✓ **Propiedades o atributos de los objetos, que suelen expresarse como enunciados o proposiciones.**
- ✓ **Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos). Además del registro escrito, propio de los textos, en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual).**
- ✓ **Acciones del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos).**
- ✓ **Argumentaciones (sean deductivas o de otro tipo) que se usan para validar y explicar las proposiciones y las acciones.**

Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato (2012) afirman que la aplicación del EOS a la visualización lleva a distinguir entre *prácticas visuales* y *prácticas no visuales* o *simbólico/analíticas*, según el tipo de objetos que intervengan en ellas.

Un objeto (situación-problema, concepto, propiedad, lenguaje, acción, argumento) es considerado *visual* si compromete la *percepción visual* y, por ende, pone en juego relaciones espaciales.

En cuanto a las representaciones simbólicas en lengua natural o en lenguajes formales, si bien consisten en inscripciones visibles, no son consideradas como propiamente visuales, sino como *analíticas*, *secuenciales*, *sentenciales*, ya que apelan solo a la relación de concatenación para representar relaciones entre objetos.

La realización de una práctica matemática por parte de un sujeto involucra, siempre, lenguajes analíticos, en mayor o menor medida, aunque la tarea refiera a situaciones sobre el mundo perceptible. Esto es así por el carácter esencialmente regulativo-sentencial de los conceptos, las proposiciones y los procedimientos matemáticos.

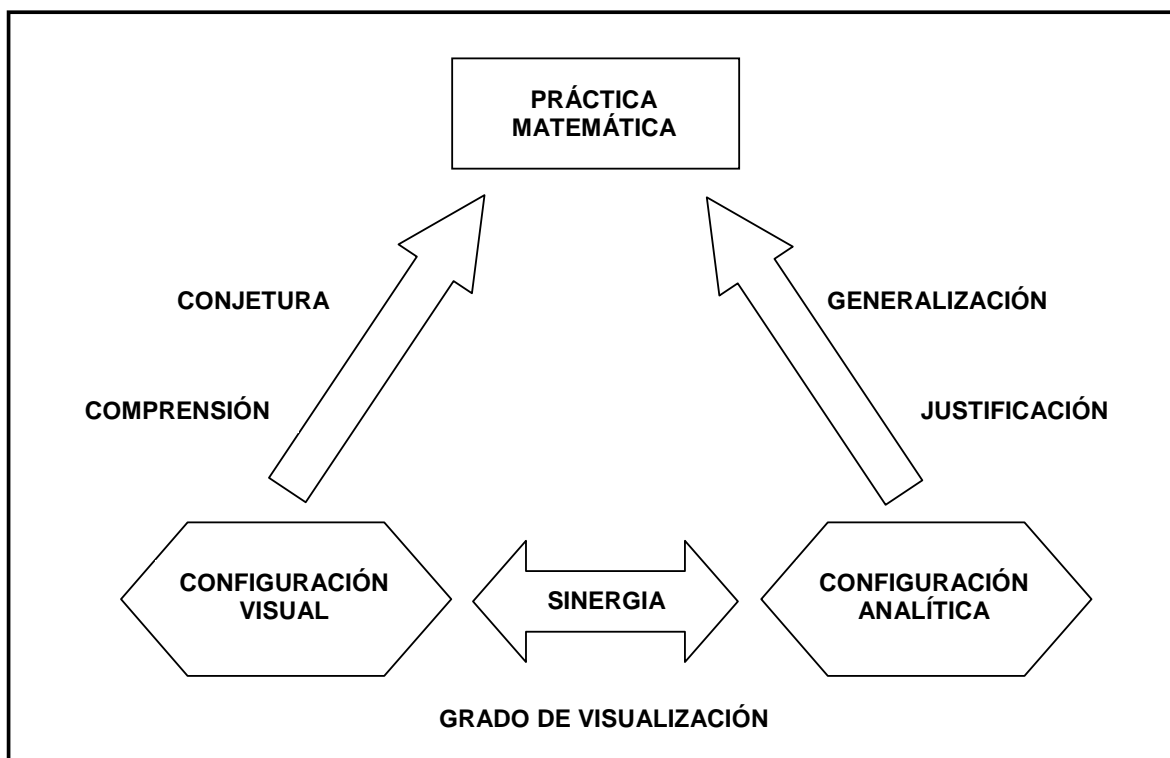
Complementariamente, una tarea no visual puede ser abordada, al menos parcialmente, mediante lenguajes visuales que permiten expresar de manera eficaz la organización o estructura de la configuración de objetos y procesos que la tarea moviliza.

Dicen Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato (2012, p. 18):

En consecuencia, la configuración de objetos y procesos asociados a una práctica matemática estará formada usualmente por dos componentes, uno visual y otro analítico, los cuales se apoyan sinérgicamente en la solución de la tarea correspondiente .... El componente visual puede desempeñar un papel clave en la comprensión de la naturaleza de la tarea y en el momento de formulación de conjeturas, mientras que el componente analítico lo será en el momento de generalización y justificación de las soluciones. El grado de

visualización puesto en juego en la solución de una tarea dependerá del carácter visual o no de la tarea y también de los estilos cognitivos particulares del sujeto que la resuelve.

La siguiente figura (basada en Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato, 2012, p. 18) intenta dar cuenta de esa relación sinérgica entre las configuraciones visuales y las analíticas en una práctica matemática:



**Figura: Relación sinérgica entre configuraciones visuales y analíticas en una práctica matemática**

En la introducción dijimos que al intentar un primer acercamiento al uso de la tecnología digital en las aulas, pretendíamos poner la tecnología al servicio de los procesos de visualización, esto es, del componente visual de las prácticas matemáticas. Procurábamos, en consecuencia, acompañar tecnológicamente esos procesos, facilitarlos, sostenerlos y enriquecerlos habilitando posibilidades que el recurso exclusivo al papel y el lápiz obtura.

Como señala Duval (2006, p. 159): “El software proporciona herramientas para mostrar ‘instantáneamente’ tantas representaciones diferentes como sean necesarias .... Además el software puede dar una percepción dinámica de la transformación de representación frente al soporte estático del papel.”

Puede no ser ocioso precisar que la modestia del propósito de la experiencia no implica desconocimiento respecto de que la introducción de software educativo en las clases torna más compleja la situación de enseñanza y aprendizaje desde el punto de

vista didáctico. Un sistema informático es la materialización de una tecnología simbólica. Por ende, cualquier sistema informático modifica simultáneamente los objetos de enseñanza (como resultado del proceso de *transposición computacional*<sup>1</sup>), las relaciones que los estudiantes y sus profesores pueden establecer con esos objetos, y el tipo de problemas que resultan interesantes o relevantes (que pueden no ser los mismos en un entorno informático que sobre el papel) (Balacheff, 2000).

## Desarrollo de la experiencia

### 1. Selección del software (2012)

La primera etapa de la experiencia tuvo lugar durante el año 2012 y consistió en la elección de un software adecuado para el acercamiento pretendido. Para ello, fue necesario realizar un análisis exhaustivo de los programas disponibles, especialmente de aquellas características que facilitarían su implementación.

Dada la importante variedad de programas específicos del área de Matemática, o que pueden ser utilizados en ella, nos propusimos evaluarlos de acuerdo con los siguientes criterios:

- ✓ Que desde el punto de vista del *tipo de licencia* o acceso al programa, se tratara de “software libre”, o de “software propietario” pero de descarga gratuita y por tiempo ilimitado.
- ✓ Que desde el punto de vista del *sistema operativo* bajo el cual corre el programa, se tratara de software diseñado para correr bajo sistemas operativos como Linux (licencia de software libre) o Microsoft Windows (licencia de software propietario), que son los más usados en computadoras personales.
- ✓ Que desde el punto de vista del *idioma*, el programa estuviera disponible en español.
- ✓ Que desde el punto de vista de su *usabilidad*, la aplicación permitiera al usuario concentrarse en su tarea y no, en la aplicación en sí misma.

La evaluación de la usabilidad de los programas estuvo guiada por los principios generales de la usabilidad (Lorés, Granollers y Lana, 2002):

- *Facilidad de aprendizaje*: el tiempo que se requiere para avanzar desde el no conocimiento de una aplicación hasta su uso productivo debe ser mínimo. Para ello, debe existir cierta correlación entre los conocimientos que el usuario posee y los conocimientos requeridos para la interacción con el sistema; asimismo, el usuario debe poder visualizar el efecto de operaciones anteriores en el estado actual.
- *Consistencia*: un sistema es consistente si todos los mecanismos utilizados lo son siempre de la misma manera. Las mejoras y actualizaciones no alteran sustancialmente el modo de utilizar las herramientas disponibles: añaden nuevas técnicas sin cambiar las ya conocidas.

---

<sup>1</sup> Que podemos caracterizar como el proceso de formulación y formalización computable del conocimiento, o, más precisamente, de un modelo de conocimiento; la transposición computacional plantea el problema de la distancia entre este modelo de referencia y el modelo que proporciona el entorno informático (Cicala, R. y Bifano, F., 2011).



- *Flexibilidad*: un programa es flexible si el usuario y el sistema pueden intercambiar información de múltiples formas. Las variables que determinan la flexibilidad son: control del usuario (el usuario es quien conduce la interacción), migración de tareas (posibilidad de transferencia de control entre el usuario y el sistema), capacidad de sustitución (valores equivalentes pueden ser sustituidos los unos por los otros) y adaptabilidad (adecuación automática de la interfaz –que es la superficie de contacto entre el usuario y el sistema– al usuario).
- *Recuperabilidad*: la aplicación debe permitirle al usuario corregir una acción reconocida como errónea.
- *Tiempo de respuesta*: el tiempo que necesita el sistema para expresar los cambios efectuados por el usuario debe ser tolerable para este.
- *Adecuación a las tareas*: grado en que los servicios del sistema soportan todas las tareas que el usuario quiere realizar.
- *Disminución de la carga cognitiva*: los usuarios deben poder confiar más en los reconocimientos que en los recuerdos, deben poder prescindir de recordar abreviaturas y códigos muy complicados para utilizar las funciones del sistema.

Los programas que evaluamos fueron ocho: GeoGebra®, Cabri II Plus®, Derive 6.0®, Octave 2.1.7.3-1®, Wx Maxima®, Mathematical Toolkit 2.0®, Padowan Graph® y Microsoft Mathematics®.

Sobre ellos realizamos una preselección atendiendo a los tres primeros criterios. El cuadro que sigue muestra los resultados de este primer análisis:

| Software                  | Tipo de licencia       | Sistema operativo | Idioma  |
|---------------------------|------------------------|-------------------|---------|
| GeoGebra®                 | Software Libre         | Linux / Windows   | Español |
| Cabri II Plus®            | Software Propietario * | Windows           | Español |
| Derive 6.0®               | Software Propietario * | Windows           | Español |
| Octave 2.1.7.3-1®         | Software Libre         | Linux / Windows   | Español |
| Wx Maxima®                | Software Libre         | Linux / Windows   | Español |
| Mathematical Toolkit 2.0® | Software Propietario * | Linux / Windows   | Español |
| Padowan Graph®            | Software Libre         | Linux / Windows   | Español |
| Microsoft Mathematics®    | Software Propietario * | Windows           | Español |

**Cuadro: Análisis de software según tipo de licencia, sistema operativo e idioma**

\* Estos programas presentan versiones de descarga gratuita o de prueba, ya sea por tiempo determinado con todas las funciones disponibles, o por tiempo indeterminado con funciones limitadas para su uso.

Considerando estos tres primeros criterios, los programas preseleccionados resultaron: GeoGebra®; Octave 2.1.7.3-1®; Wx Maxima®; Mathematical Toolkit 2.0®; Padowan Graph® y Microsoft Mathematics®. Quedaron fuera de la preselección aquellos programas para los que solo se tiene acceso a versiones gratuitas de prueba o por tiempo limitado.

Las principales características de los seis programas preseleccionados son:

- ✓ GeoGebra®: software que permite trabajar la Geometría, la Aritmética, el Cálculo, el Álgebra y la Estadística, realizar cálculos numéricos y simbólicos, y animación de parámetros y variables, y crear herramientas propias, entre otras cuestiones. Utiliza gráficos en 2 dimensiones y sus respectivas tablas. Tiene una gran capacidad para exportar datos.

- ✓ Octave 2.1.7.3-1®: lenguaje numérico de programación. Herramienta interactiva que permite trabajar el Álgebra, el Cálculo y la Aritmética. Utiliza gráficos en 2 y 3 dimensiones.
- ✓ Wx Maxima®: lenguaje de programación. Herramienta interactiva que permite trabajar el Álgebra, el Cálculo y la Aritmética. Utiliza gráficos en 2 y 3 dimensiones.
- ✓ Mathematical Toolkit 2.0®: software que permite trazar funciones y vincularlas con gráficos y videos, y trabajar algunas cuestiones geométricas y estadísticas. Admite gráficos en 2 dimensiones con sus respectivas tablas.
- ✓ Padowan Graph®: software capaz de representar funciones, series de puntos, ecuaciones e inecuaciones. Además, realiza el cálculo numérico de derivadas e integrales. Y permite operar con gráficos en 2 dimensiones con sus respectivas tablas.
- ✓ Microsoft Mathematics®: software que permite trabajar el Álgebra, el Cálculo, la Aritmética y la Estadística, y además permite efectuar tanto cálculos numéricos como simbólicos. Puede realizar gráficos en 2 y 3 dimensiones.

Los seis programas fueron evaluados sobre la base de los principios generales de la usabilidad.

En relación con la *facilidad de aprendizaje*, y respecto de la correlación con los conocimientos previos, si bien ninguno de los programas tiene una interfaz conocida de otros artefactos (algunos graficadores, o calculadoras científicas), en cuatro de ellos la sintaxis para comunicarse con el software es la que casi siempre utilizamos en Matemática. Se trata de GeoGebra®, Padowan Graph®, Microsoft Mathematics® y Mathematical Toolkit 2.0®.

En cambio, la sintaxis de Octave 2.1.7.3-1® y Wx Maxima® es particular y compleja, y su aprendizaje puede requerirle al usuario un tiempo considerable. Por esta razón, decidimos excluirlos.

Por otra parte: GeoGebra®, Padowan Graph® y Microsoft Mathematics® heredan características de otros programas, como la barra de comandos y la barra de herramientas, entre otras. En Microsoft Mathematics®, la interfaz en su conjunto es muy similar al procesador de texto o a la planilla de cálculos que comercializa la empresa. En cambio, Mathematical Toolkit 2.0® no presenta esta característica de herencia de software.

Los cuatro programas presentan una interfaz que se actualiza instantáneamente, permitiéndole al usuario evaluar los cambios de manera inmediata. Las aplicaciones trabajan con una ventana en primer plano, o con varias ventanas que se van alternando según el usuario utilice la aplicación. El hecho de trabajar con ventanas solapadas puede llegar a ser un obstáculo para el usuario que está aprendiendo a usar el programa. Algunos programas utilizan más frecuentemente una característica que la otra. Por ejemplo, GeoGebra®, Mathematical Toolkit 2.0® y Microsoft Mathematics® presentan una ventana dividida en varias partes relacionadas entre sí: una combinación en primer plano de entrada algebraica y geométrica, que se alteran en simultáneo cuando algún objeto representado cambia su estado en alguna de ellas. En cambio, Padowan Graph® presenta una combinación de ventanas en primer y segundo plano, ambas visibles. Cuando el usuario requiere aplicar una nueva función al objeto de estudio, surge una nueva ventana desplazando a segundo plano la

ventana en la que estaba trabajando. Al dar la instrucción correspondiente, el cambio en la ventana que había quedado en segundo plano se realiza de manera inmediata.

GeoGebra®, Padowan Graph® y Microsoft Mathematics® verifican también el principio de *consistencia*, ya que dichos programas se han actualizado varias veces, y en estas actualizaciones no se han observado cambios importantes en las funciones preexistentes. En alguno de los casos se ha incrementado la cantidad de funciones. En el caso de Mathematical Toolkit 2.0® no se pudo tener acceso a las versiones anteriores del software, con lo cual no fue posible evaluar su consistencia.

Desde el punto de vista de la *flexibilidad*, los cuatro programas le dan control total al usuario. Él mismo determina qué datos ingresar y qué operación realizar con ellos. Una característica que podemos observar en los programas que dejan el control al usuario es la opción *deshacer*. Esta opción aparece en todos ellos salvo en Mathematical Toolkit 2.0®, que por el diseño y nivel de complejidad de sus funciones aparentemente no lo requiere.

El programa de mayor alcance en términos de *migración de tareas* es GeoGebra®. Tiene, por ejemplo, una opción para calcular la pendiente de una recta en forma automática, quedando, en este caso, el control de la tarea a cargo del programa. También es posible realizar el cálculo de la pendiente utilizando algunas operaciones elementales en las que el control de la tarea queda a cargo del usuario. El programa permite, además, crear herramientas personalizadas para tareas complejas. El resto de los programas son bastante rígidos respecto de esta cuestión: las tareas que realiza el ordenador son exclusivas del mismo, y las que realiza el usuario, exclusivas de este.

También está muy desarrollada en GeoGebra® la *capacidad de sustitución*. El programa permite el cálculo encadenado. Por ejemplo, al calcular la ecuación de una recta conocidos dos puntos, el programa nos presenta su ecuación en la vista algebraica y su representación en la vista gráfica, y permite modificar la recta cambiando la ubicación de los puntos, ya sea algebraica o gráficamente. El resto de los programas son muy rígidos en relación con esta característica, no permitiendo modificar la información ingresada a no ser desde donde se la ingresó. El programa Padowan Graph® admite este tipo de acciones, pero la actualización de las mismas no es automática.

Ninguno de los cuatro programas es *adaptable*. En general, sus funciones generales están pensadas para usuarios noveles, y sus interfaces son estáticas: no se van alterando automáticamente a medida que el usuario interactúa con ellas.

Los cuatro programas muestran un muy buen grado de *recuperabilidad*. Todos ellos permiten al usuario posicionarse en el lugar donde se ha cometido el error.

También presentan un *tiempo de respuesta* satisfactorio, aunque sin duda el valor de este parámetro depende de la complejidad de la tarea a realizar.

Desde la perspectiva de la *adecuación a las tareas*, los programas más adecuados a los propósitos de la materia son los que permiten graficar funciones –incluidas las funciones por tramos–, mostrar datos mediante tablas y realizar operaciones algebraicas y aritméticas. GeoGebra® es el de mayor adecuación; le siguen Microsoft Mathematics®, cuya restricción es no poder graficar por tramos, y Padowan Graph®, que no cuenta con operaciones algebraicas y aritméticas. Mathematical Toolkit 2.0® no puede realizar gráficos por tramo y tampoco puede resolver cuestiones algebraicas o aritméticas.

Las *demandas cognitivas* de un programa están en relación con la facilidad de aprendizaje de su empleo, con los niveles de funciones solapadas y con la potencia del programa respecto de su funcionalidad: por un lado, la carga cognitiva disminuye con el uso frecuente del software, y lo hace tanto más rápidamente cuanto más fácil de aprender sea su uso; por otro lado, los programas más potentes no pueden tener todas sus funciones en primer plano, y por ello el costo cognitivo de su abordaje es mayor. Los programas que suponen mayor costo cognitivo son GeoGebra® y Microsoft Mathematics®, por ser los más potentes respecto de las funciones y tareas posibles de realizar, aunque el nivel de solapamiento de sus funciones no sea elevado. Les sigue Padowan Graph®, ya que el programa está pensado y diseñado para el cálculo más que para el trabajo algebraico. El de menor costo cognitivo es Mathematical Toolkit 2.0®, ya que la cantidad de funciones que tiene es mucho menor que la del resto.

*La consideración conjunta de las conclusiones anteriores nos llevó a optar por GeoGebra® como el programa más pertinente para nuestros fines: si bien exige una carga cognitiva considerable, esta cualidad se ve compensada por la facilidad que entraña su aprendizaje (y por su potencia, claro está); además, aventaja a los otros tres programas tanto en cuanto a las posibilidades que ofrece para migrar tareas, como a la capacidad de sustitución (variables, estas, que lo hacen más flexible que los demás); por otra parte, es el programa que presenta mayor grado de adecuación a las tareas que la materia requiere, una condición crucial en este proceso de evaluación y selección.*

## **2. Primera implementación: cohorte 2013**

En esta instancia nos propusimos relevar información relativa a la influencia del uso del software en el proceso de aprendizaje de la materia, así como sobre las dificultades que podrían presentarse para su implementación. Para ello, elegimos dos comisiones de aspirantes a ingresar a la carrera de Ingeniería en Sonido, ambas a cargo de un mismo docente.

El relevamiento fue realizado a través de dos encuestas estructuradas. Al comenzar la cursada, aplicamos una primera encuesta orientada a indagar en aquellas características socio-culturales de los estudiantes que permitieran dilucidar cuál era su relación con la tecnología digital, cuál era el rol que tenía la misma en sus tareas cotidianas y con qué experiencia contaban en el uso de distintos dispositivos electrónicos y programas (computadoras personales, teléfonos inteligentes, consolas de videojuegos, planillas de cálculos, procesadores de textos, editores de imagen y sonido, etc.). El procesamiento de la encuesta arrojó los siguientes datos:

- ✓ Promedio de edad: 19,3 años.
- ✓ Utilizaban cotidianamente una PC: 62,5%.
- ✓ Consideraban que el nivel de incidencia de la tecnología digital en sus vidas era de regular a intensa: 63,0%.
- ✓ Utilizaban videojuegos que corren en consolas de video o PC: 80,3% (un 34,5% los utilizaba hasta 5 horas semanales y un 31,5% los utilizaba entre 5 y 20 horas semanales).
- ✓ Tenían algún conocimiento sobre procesadores de texto, planillas de cálculos, editores de imagen y sonido o software de Matemática: 95,8%.

Los datos muestran que los estudiantes eran conscientes de la influencia de la tecnología en su entorno cercano; que un porcentaje importante de ellos tenía acceso a un ordenador cotidianamente; y que, además, había tenido contacto con algún tipo de aplicación. Otra cuestión significativa es que la mayoría de los estudiantes utilizaba simuladores (videojuegos), a los que muchos le dedicaban una considerable cantidad de horas semanales.

Estas conclusiones fortalecieron la hipótesis de que la inclusión del software GeoGebra® para el trabajo en el aula de Matemática y Metodología para su Estudio no traería inconvenientes mayores y que el costo de su incorporación no sería alto.

Programamos la inclusión del software para un momento posterior al primer examen parcial; hasta ese momento, el foco del trabajo está puesto en cuestiones como la adaptación de los alumnos a su rol de estudiantes universitarios, la organización y administración de los tiempos, la adaptación al ritmo de trabajo propuesto, al material de estudio y a la interacción con los pares y con el docente, y la adopción de una posición activa en el proceso de aprendizaje, entre otras. Con el correr de las semanas, los estudiantes van adquiriendo autonomía en estas cuestiones, y la inclusión de una herramienta nueva puede no provocar el agobio que podría causar en los primeros meses, cuando son tantas las novedades con las que confrontan.

El software GeoGebra® se utilizó para la resolución de las actividades mediante las cuales se abordan las funciones polinómicas, racionales, logarítmicas, exponenciales y trigonométricas. En una breve presentación, el docente a cargo de las comisiones les mostró a los estudiantes las funciones elementales del programa. Luego, los invitó a explorarlo en cualquier equipo computacional al que tuvieran acceso, en sus casas, en la biblioteca de la Universidad, en las casas de compañeros o familiares, etc. La utilización del programa fue planteada en forma *optativa*, haciendo hincapié en su potencialidad para la resolución de las actividades, pero también en la no obligatoriedad de su uso, debido a que la Universidad no podía garantizar el acceso de todos los estudiantes a un equipo computacional.

Al culminar el desarrollo de esta etapa de utilización del software aplicamos una nueva encuesta con la intención de que nos permitiera analizar el impacto de su uso. Este instrumento arrojó la siguiente información:

- ✓ El software había sido utilizado por el 82,0% de los encuestados, porcentaje muy importante por tratarse de un recurso de utilización optativa.
- ✓ Para el 60,5% aprender a utilizar el software había tenido un grado de dificultad de a lo sumo 2, en una escala de 1 a 5 (correspondiendo 1 al menor grado de dificultad, y 5, al mayor). Quedaba así confirmada la hipótesis de que el costo de incorporación del software iba a ser poco significativo para el desarrollo del curso.
- ✓ El software había sido utilizado en la resolución de todas las actividades propuestas, en un porcentaje que iba desde el 73,7% de los encuestados en algunos temas, hasta el 94,7% en otros; cabía inferir, en consecuencia, que su empleo había sido sistemático y sostenido desde su introducción hasta el final de la cursada.
- ✓ El 97,4% de los estudiantes que había utilizado el software consideró que su utilización había sido favorable o muy favorable, y que lo había sido para comparar variaciones en las gráficas de las funciones, realizar representaciones gráficas más rápidamente y observar sus transformaciones, comprender la incidencia de los coeficientes de las fórmulas en las variaciones de las representaciones gráficas, corroborar los ejercicios resueltos, obtener conclusiones, resolver

ecuaciones, comparar funciones. Es decir, los alumnos habían percibido en GeoGebra® una herramienta útil.

En vista de los resultados observados y de las conclusiones obtenidas a partir de ellos, decidimos avanzar promoviendo el uso del software por parte de *todos* los alumnos de la cohorte 2014 de la materia. Por las razones enunciadas en párrafos anteriores, esta inclusión seguiría manteniendo su carácter optativo: aunque la utilización del software indujera imágenes más dinámicas y fomentara exploraciones más exhaustivas y asociaciones más potentes, propondríamos actividades resolubles tanto usando el programa como con lápiz y papel.

### **3. Reformulación del material de estudio y capacitación de los docentes**

La decisión de extender el uso del software a todos los alumnos de la materia en 2014 conllevó dos decisiones operativas.

La primera fue la de sugerir el uso de GeoGebra® en algunas actividades del material de estudio, e incorporar un conjunto de actividades optativas que apelan explícitamente al programa. Como en 2013, todas estas actividades se presentan a partir del abordaje de las funciones polinómicas. Las actividades optativas requieren de la construcción de simuladores para observar variaciones en forma dinámica. El material describe paso a paso el protocolo de construcción del simulador y la forma en que puede ser utilizado. Esto permite que los estudiantes puedan construirlo y emplearlo en forma autónoma.

La segunda decisión fue la capacitación del equipo docente de la cátedra, en una jornada destinada a acercar a los profesores al uso de las herramientas más relevantes del programa y, a la vez, a indagar observaciones, expectativas y pareceres respecto de su implementación.

Durante el encuentro, el equipo docente trabajó en la resolución de problemas que requerían del software, en pequeños grupos, con al menos una computadora personal por grupo.

Percibimos mucho entusiasmo por aprender a utilizar el programa; también, cierta preocupación, sobre todo en quienes estaban a mayor distancia de esta tecnología en particular, o de la tecnología digital en general.

### **4. Implementación en la cohorte 2014**

Si bien en esta segunda etapa ampliamos la utilización de GeoGebra® a la totalidad de los alumnos de la materia, el relevamiento de su impacto fue realizado sobre una muestra de comisiones a cargo de distintos docentes: 4 comisiones con una carga horaria de 8 horas semanales de Matemática y Metodología para su Estudio, y 6 comisiones con una carga horaria de 6 horas semanales (la carga horaria de la materia depende del tipo de carrera a la que aspiran a ingresar los estudiantes). Las comisiones que cursan durante 8 horas semanales estudian las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas mientras que las otras, no. Por este motivo, consideramos pertinente analizar por separado las tendencias que se advierten en unas y otras.

La encuesta administrada al finalizar el período de utilización del software revela que:

- ✓ En las comisiones cuya carga horaria es de 8 horas semanales:

El software fue utilizado por el 54,1% de los estudiantes.

El 84,8% de los estudiantes que utilizó el software, realizó por lo menos alguna de las actividades optativas propuestas en el material de estudio.

El 100,0% de los estudiantes que utilizó el software, consideró favorable o muy favorable su utilización en la resolución de las actividades del material de estudio. Los estudiantes consideraron favorable la utilización del software para:

- Corroborar las gráficas realizadas a mano: 54,5%.
  - Realizar gráficos de funciones: 75,7%.
  - Graficar con el fin de observar las soluciones a ecuaciones resueltas algebraicamente: 42,4%.
  - Ampliar y comprender información proporcionada por el material de estudio: 24,2%.
  - Identificar y analizar el comportamiento de algún parámetro de las fórmulas de las funciones: 60,6%.
  - Explicarle o mostrarle alguna conclusión suya a un compañero: 27,3%.
- ✓ En las comisiones cuya carga horaria es de 6 horas semanales:

El software fue utilizado por el 28,9% de los estudiantes.

El 84,6% de los estudiantes que utilizó el software, realizó alguna de las actividades optativas propuestas en el material de estudio.

El 92,3% de los estudiantes que utilizaron el software, consideró favorable o muy favorable su utilización en la resolución de las actividades del material de estudio. Los estudiantes consideraron favorable la utilización del software para:

- Corroborar las gráficas realizadas a mano: 61,5%.
- Realizar gráficos de funciones: 38,5%.
- Graficar con el fin de observar las soluciones a ecuaciones resueltas algebraicamente: 15,4%.
- Ampliar y comprender información proporcionada por el material de estudio: 23,1%.
- Identificar y analizar el comportamiento de algún parámetro de las fórmulas de las funciones: 23,1%.
- Explicarle o mostrarle alguna conclusión suya a un compañero: 7,7%.

## Conclusiones

La introducción de GeoGebra® en las aulas de la materia Matemática y Metodología para su Estudio, del Curso de Ingreso a la Universidad Nacional de Tres de Febrero, para acompañar procesos de visualización, ha sido auspiciosa.

Los estudiantes incorporaron el uso del programa en forma rápida, sin mayores dificultades, y lo emplearon eficazmente para representar funciones gráficamente, para analizar el comportamiento de sus gráficos según se modifiquen parámetros de sus fórmulas, para sostener intercambios con sus compañeros.

Estas tendencias se observaron más fuertemente en las comisiones que tienen una carga horaria semanal de 8 horas, en las que cursan aspirantes a ingresar a carreras de Ingeniería. Seguramente, no es ajeno a la diferencia el hecho de que en esas carreras el quehacer matemático tiene mayor centralidad, por lo que los alumnos que

las eligen están mejor dispuestos a desempeñarse en entornos matemáticos, o afines a la Matemática.

Además de su incidencia de signo positivo en los procesos de visualización propiamente dichos, la observación directa y el testimonio de los docentes sugieren que el uso del software aportó otro tipo de contribuciones al desarrollo de los propósitos de la cátedra: fortaleció la confianza de los alumnos en sus propias posibilidades de pensar matemáticamente; favoreció el interés por el quehacer matemático promoviendo una actitud activa frente al propio proceso de aprendizaje; benefició la construcción grupal del conocimiento porque sirvió como mediador entre los integrantes de cada grupo, y entre ellos y los docentes; aportó, también, al desarrollo de la autonomía de los alumnos, porque sumó un elemento muy potente a sus posibilidades de autocontrol; y permitió reorganizar los conocimientos adquiridos.

Asimismo, enriqueció el currículum de la materia: la resolución de actividades mediante la construcción de simuladores es un aprendizaje valioso en sí mismo, amén de que provoca la apropiación de procedimientos vinculados a la utilización del software, y, como ya dijimos, impacta positivamente en los procesos de visualización.

En cuanto al equipo docente de la cátedra, esta primera implementación disparó un proceso reflexivo muy interesante respecto de las potencialidades que ofrece la inclusión de la tecnología digital, así como de la complejidad que implica su incorporación estratégica: ¿Qué recursos materiales exige? ¿Qué saberes profesionales docentes demanda? ¿Qué aprendizajes es capaz de promover en los estudiantes, más allá de los ya detectados? ¿Cómo incide, y qué lugar se le concede, en las instancias de evaluación?, etc.

La experiencia, que tiene el tono de lo preliminar, de lo incipiente, de lo que merece ser profundizado, de lo que se materializa en más preguntas y dudas que respuestas y certezas, parece avalar la opción por GeoGebra®. Inicialmente, el programa fue elegido por razones apriorísticas (es un software libre, que corre bajo los sistemas operativos de uso más extendido, está disponible en español y satisface la mayoría de los principios de usabilidad). Su introducción en las aulas y en el espacio de intercambio entre los docentes de la cátedra confirmaron la legitimidad de aquellas razones, y aportaron razones nuevas y sustanciales para reelegirlo.

Puerta entreabierta por la que se entrevén los primeros tramos de un camino, hilos que hay que tejer: metáforas del desafío con que la inclusión de GeoGebra® nos interpela. La puerta se entreabrió, los hilos están entre nuestros dedos. Solo cabe caminar, y urdir la trama...

## **Bibliografía**

BALACHEFF, N. (2000). "Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas". En: GORGORIÓ, N., DEULOFEU, A., BISHOP, A. (Coords.). *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona: Graó. pp. 93-108.

BOLTER, D. J. (1984). *Turing's man: Western Culture in the Computer Age*. Chapel Hill: The University of North Carolina Press.



- CHADWICK, C. (1997). "Educación y Computadoras". En: FAINHOLC, B. (Ed.) *Nuevas tecnologías de la información y de la comunicación en la enseñanza*. Buenos Aires: Aique. pp. 23-33.
- CIAPUSCIO, H. P. (1994). *El Fuego de Prometeo. Tecnología y sociedad*. Buenos Aires: EUDEBA.
- CICALA, R.; BIFANO, F. (2011). *Semejanza y Arrastre* [en línea]. General San Martín, provincia de Buenos Aires: Coloquio Internacional de GeoGebra en Argentina. Recuperado de:  
[http://www.unsam.edu.ar/escuelas/humanidades/centros/c\\_didacticas/ColoquioInternacional%20Semejanza%20y%20Arrastre.pdf](http://www.unsam.edu.ar/escuelas/humanidades/centros/c_didacticas/ColoquioInternacional%20Semejanza%20y%20Arrastre.pdf)  
[Fecha de consulta: 08/09/2014]
- COBO ROMANÍ, C.; MORAVEC, J. (2011). *Aprendizaje Invisible. Hacia una nueva ecología de la educación*. Col·lecció Transmedia XXI. Barcelona: Laboratori de Mitjans Interactius / Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona.
- DUVAL, R. (2006). "Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación". *La Gaceta de la RSME*, 9.1, pp. 143-168.
- FAINHOLC, B. (2012). *Una Tecnología Apropiaada y Crítica*. Buenos Aires: Lumen-Hvmanitas.
- GODINO, J. D. (2002). "Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática". *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 22(2/3), pp. 237-284.
- GODINO, J. D.; FONT, V. (2007). *Algunos desarrollos de la teoría de los significados sistémicos* [en línea]. Granada: Universidad de Granada. Disponible en:  
[http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/anexo1\\_significados%20sistemicos.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/anexo1_significados%20sistemicos.pdf)  
[Fecha de consulta: 08/09/2014]
- GODINO, J. D.; CAJARAVILLE, J. A.; FERNÁNDEZ, T.; GONZATO, M. (2012). "Una aproximación ontosemiótica a la visualización en Educación Matemática". *Enseñanza de las Ciencias*, 30 (2), pp. 163-184.
- GODINO, J. D.; RECIO, Á. M.; ROA, R.; RUIZ, F.; PAREJA, J. L. (2005). "Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas". En: MAZ MACHADO, A.; GÓMEZ ALFONSO, B.; TORRALBO RODRÍGUEZ, M. (Eds.). *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM*. Córdoba: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. pp. 235-242.
- LORÉS, J.; GRANOLLERS, T.; LANA, S. (2002). "Introducción a la Interacción Persona-Ordenador". En: LORÉS, J. (Ed.). *La Interacción Persona-Ordenador*. Lleida: Asociación para la Interacción Persona-Ordenador, AIPO.
- PERRENOUD, P. (2012). *Cuando la escuela pretende preparar para la vida. ¿Desarrollar competencias o enseñar otros saberes?* Barcelona: Graó.
- RANCIÈRE, J. (2003). *El maestro ignorante*. Barcelona: Laertes.

SALOMON, G. (1992). "Las diversas influencias de la tecnología en el desarrollo de la mente". *Infancia y aprendizaje*, 58, pp. 143-159.