



**CONGRESO
IBEROAMERICANO**
DE CIENCIA, TECNOLOGÍA,
INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

**CONGRESSO
IBERO-AMERICANO**
DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO

BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRO 2014

La importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos utilizando tecnología: implementación del modelo 1 a 1

Roumieu, S. M.

La importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos utilizando tecnología: implementación del modelo 1 a 1

Roumieu, Susana Marta
Inst. San Gabriel (Quilmes); Ntra. Sra. Del Sagrado Corazón (Fcio.Varela);
Inst. Emmanuel (Fcio. Varela);
suroumieu@hotmail.com;

Bloque 2: Educación. TIC y Matemática

Tipo de trabajo: Experiencia.

Contenido

1. Resumen.....	3
2. Palabras claves.....	3
3. Introducción.....	3
4. Marco teórico.....	4
5. Metodología	5
5.1. Organización espacial y temporal del aula.....	6
5.2. Descripción de la propuesta	6
5.3. Dinámica	7
6. Conclusiones.....	12
7. Referencias bibliográficas	13

1. Resumen

Nuestro objetivo es mostrar cómo la matemática y en particular el análisis de funciones, puede utilizarse para resolver problemas reales como los que se presentan en el mundo de los negocios, las ciencias y la vida real. Al trabajar con datos reales se aumenta la dificultad para realizar los cálculos y las gráficas, así como el análisis de las mismas. Con la implementación de la tecnología se salva dicha dificultad y se puede avanzar en un análisis más exhaustivo de aquello que se pretendía estudiar.

El trabajar con tecnología aumenta la motivación de los alumnos, quienes la utilizan naturalmente formando parte de su vida cotidiana. De este modo se enriquece la experiencia del proceso enseñanza-aprendizaje, favoreciendo tanto el desarrollo de los contenidos curriculares, como la apreciación de la matemática como una ciencia útil y cercana.

En este trabajo, utilizamos los polinomios de interpolación de Lagrange para construir aplicaciones relacionadas con funciones polinómicas. Con ayuda de software sencillos, por un lado, se obtienen las funciones polinómicas a partir de puntos considerados, y por otro se grafican, analizan ceros, máximos, mínimos, derivadas, integrales, etc.. De este modo un problema que en principio parece rutinario se convierte en una actividad en la que el estudiante es capaz de utilizar diferentes medios para resolverlo, discutir sus ideas, plantear preguntas, verificar conjeturas y reforzar sus conocimientos.

Durante la implementación del proyecto se obtuvieron resultados positivos. Debido a que, la potencia gráfica de los instrumentos tecnológicos permite el acceso a modelos visuales que son poderosos, pero que muchos estudiantes son incapaces de generar independientemente o no están dispuestos a hacerlo. Además, la capacidad de cálculo de los recursos tecnológicos amplía la serie de problemas apropiados para los alumnos, y los capacita para ejecutar procedimientos rutinarios con rapidez y seguridad, permitiéndoles así disponer de más tiempo para desarrollar conceptos y para modelar (NCTM, 2000, p. 25).

2. Palabras claves

TIC, Modelos matemáticos, Funciones, Escuela Secundaria.

3. Introducción

El año 2013 ha sido declarado año de las Matemáticas del Planeta Tierra, (MPE2013), nuestro planeta es el escenario de multitud de procesos dinámicos de todo tipo, desde los geológicos, atmosféricos, biológicos y por supuesto los humanos. Es precisamente la matemática una herramienta adecuada para entender, cuantificar y modelizar dichos fenómenos. La matemática constituye un instrumento que nos permite simular los modelos y analizarlos de nuevo a la luz de los resultados. Gracias a ello podemos entender fenómenos y predecir lo que vendrá.

Si bien dicho proceso es muy complejo, difícil de abordar en una clase de matemática de nivel secundario. Considero que tal información no puede ser desaprovechada, por el contrario, debe ser utilizada como disparador-motivador en las clases. Se sabe que el estudio de algunos problemas simplificados ha permitido entender en profundidad varios fenómenos globales. Creo que la educación matemática necesita la continua exposición a las aplicaciones y el modelado, que demuestran por qué la matemática es tan importante para la vida en general, promoviendo de este modo un aprendizaje significativo.

Sin embargo, la relación entre matemática pura y aplicada en la educación de los estudiantes todavía parece ser un problema sin resolver para muchos docentes. Esto puede estar relacionado, entre otras cosas, con las dificultades que surgen en los alumnos al querer resolver un problema real, ya sea por los cálculos implicados y/o por la construcción de las gráficas involucradas. Esta situación puede ser paliada gracias al uso de la tecnología.

La tecnología constituye una herramienta importantísima, ya que permite al alumno una experiencia didáctica que a través de los medios tradicionales sería difícil conseguir. En particular, el uso de la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje de funciones ofrece la posibilidad de manipular, comparar representaciones, cambiar los valores, y en general, crear situaciones para la experimentación y el posterior análisis.

Un modelo matemático puede definirse como un conjunto de relaciones funcionales que permiten describir las características de un sistema o proceso real en términos matemáticos. En esta experiencia trabajo con problemas de modelado basados en datos y/o situaciones. En ambos pretendo ayudar a los estudiantes a comprender la utilidad de la matemática. Además pretendo que adviertan que un problema de modelado matemático puede tener una gran cantidad de soluciones razonables, dependiendo de los supuestos que se hacen y el modo de abordar la resolución del mismo. De esta manera se anima a los estudiantes a emplear métodos alternativos en el curso de la solución de un problema de modelado basado en datos, y a seleccionar el que ellos consideren el mejor modelo, siempre justificando su elección.

La utilización de las TIC en la enseñanza de la matemática, propicia un ambiente de descubrimiento y reflexión, una nueva manera de aprender, de innovar y de crear nuevos conocimientos.

El objetivo de esta experiencia es superar las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de funciones, a través de una estrategia didáctica basada en las TIC y en la modelización matemática, facilitando la realización de nuevas actividades de aprendizaje de alto potencial didáctico, las cuales permiten un mayor aprendizaje significativo. Ello se debe a que, por un lado, la utilización de las TIC provocan en los estudiantes un alto grado de motivación, y por otro, la modelización de situaciones reales otorga un sentido a diversos conceptos matemáticos. Respondiendo, de este modo, al constante cuestionamiento del “¿para qué sirve?” estudiar ciertos temas.

4. Marco teórico

En la clase tradicional de matemática el ritmo lo impone el docente, explicando el tema y luego proponiendo ejercicios de creciente dificultad algebraica. Ejercicios donde prima la operatividad por sobre el análisis y la aplicación en un contexto real. En general esto desmotiva a los estudiantes y a menudo realizan esa clásica pregunta ¿para qué sirve?, quedando el docente en una situación cuanto menos incómoda. En cambio, cuando se parte de una situación concreta y se involucran las TIC, el docente los hace parte de su estrategia didáctica centrando el proceso de aprendizaje en el alumno.

La modelación matemática es fundamental en la enseñanza. A nivel cognitivo, favorece el proceso de conceptualización del estudiante y se constituye en una herramienta para describir situaciones y fenómenos de la vida cotidiana.

Al respecto Hitt manifiesta:[...] los conceptos matemáticos surgen en ciertos contextos, y el proceso de formalización de la matemática los descontextualiza. Así una de las tareas del profesor es la recontextualización de los contenidos matemáticos que se encuentran en los libros de texto, para su presentación en el aula; otra tarea es la de repersonalizar los problemas tratados; en otras palabras, el profesor intenta que el alumno tome como suyo el problema. (Hitt, 1996, p. 258).

Entre los argumentos que sustentan la importancia de la modelización en la clase de matemática, el MEN (1998) plantea que “la modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles (p. 101)”.

Según Biembengut y Hein (2004), la modelización matemática está siendo fuertemente defendida, como método de enseñanza en todos los niveles de escolaridad, ya que permiten al alumno aprender las matemáticas aplicadas a las otras áreas del conocimiento y mejorar su capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problemáticas. (Biembengut, Hein, 2004).

En esta experiencia abordo el proceso de modelación para profundizar el concepto de función y de su aplicación en diferentes situaciones. Las dificultades que pueden presentarse en dicho proceso se logran minimizar utilizando software adecuados, ya sea para operar (Excel, Interpolación de Lagrange 2.0, etc.) como para graficar (functionwin32, geogebra, etc). De este modo, con la manipulación de las gráficas, se reduce el nivel de abstracción, acercando al alumno al concepto de función y al análisis de las mismas.

Al respecto, Caruso, Romeu y Suhit (2006) afirman que “el uso de las nuevas tecnologías en el aula permite un mayor acceso a la representación múltiple de conceptos matemáticos, promoviendo la articulación entre diferentes representaciones de los conceptos” (p.2)

Por otra parte, Cunningham (1991) [citado en Castro E. (1997)] expreso que: “es una hipótesis generalmente admitida que mejorando la educación visual en matemáticas aumenta la intuición y se proporciona al sujeto una mayor capacidad de entendimiento” (p.99)

En la introducción a su libro “Visualizando la función con la PC” Fernando Hitt Espinosa y Arturo Torres Orozco escriben: “en estudios realizados sobre el concepto de función, podemos encontrar diferentes acercamientos en la búsqueda de obstáculos en su comprensión. Uno de estos acercamientos es el de Tall & Vinner (1981) y Vinner (1983), cuya interpretación de algunos obstáculos los hacen en términos de la falta de interacción entre lo que llaman *concept definition* y *concept image*. Ellos señalan que esta falta de interacción se puede dar en casos en donde un individuo puede tener una definición muy general de un concepto y una imagen conceptual desligada de la primera” (p. 1).

Considero que con la presente experiencia se logra conectar de un modo efectivo a los conceptos con las imágenes.

5. Metodología

5.1. Organización espacial y temporal del aula

La experiencia se llevó a cabo en un 6to año del Instituto San Gabriel de Quilmes, provincia de Buenos Aires, durante el ciclo lectivo 2013. Este grupo ya había trabajado con funciones lineales y cuadráticas en 4to. año y con funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas en 5to. año. En cada instancia se utilizaron diversos software para graficar funciones; además cuando se trabajó con polinomios en general y funciones polinómicas en particular se presentó el método de interpolación para encontrar una función que pase por una serie de datos o puntos dados. Se analizaron casos sencillos de aplicaciones de las distintas funciones.

La institución educativa dispone de un aula de informática donde el mobiliario está dispuesto en mesas para trabajar en grupos. Allí se realizó la mayor parte del trabajo. De este modo el docente deja de ser el centro del conocimiento para convertirse en un mediador entre aquellas herramientas tecnológicas para la construcción de nuevos conocimientos y habilidades.

5.2. Descripción de la propuesta

Los alumnos de 6to. año, con los que se realizó la experiencia, fueron mis alumnos en 4to y 5to año. Teniendo en claro los conceptos y herramientas que los alumnos disponían y aprovechando como disparador la información de que el año 2013 había sido declarado año de las Matemáticas del Planeta Tierra, decidí profundizar en el concepto de funciones, con el objeto de mostrar cómo la matemática y en particular el análisis de funciones, puede utilizarse para resolver problemas reales como los que se presentan en el mundo de los negocios, las ciencias y la vida en general:

- Analizando dominio, ceros, conjuntos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos, mínimos, puntos de inflexión, corte, etc.;
- Mostrando de algún modo qué relación hay entre el planeta Tierra y la matemática, es decir modelizando hechos de la realidad.

Al trabajar con datos reales muchas veces se dificulta realizar los cálculos y construir las gráficas. Con la ayuda de la tecnología se salva dicha dificultad, por eso, a los software ya utilizados en años anteriores, agregue el de "Interpolación de Lagrange 2.0" para obtener la función polinómica que pase por cierta cantidad de puntos considerados. El tiempo "ahorrado" en realizar cálculos tediosos, nos permite razonar y extraer conclusiones propias de la situación problemática y de las funciones que intervienen. Algunos problemas reales que se analizaron, y modelaron por medio de una función apropiada fueron:

- Relación entre la escala Celsius o centígrada ($^{\circ}\text{C}$) y la escala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$).
- Distancia de detención de un vehículo en función de la velocidad del mismo.
- Distancia de detención de un vehículo en función de la velocidad del mismo cuando disminuye el tiempo de reacción por que el conductor ha consumido alcohol.
- Número de usuarios de internet en Argentina.
- Fechado por C_{14} .
- Propagación de un rumor.
- Diámetro de una gota en función de la altura desde donde cae.
- Concentración de alcohol en sangre a lo largo del tiempo.

Sin importar el campo del cual provenga el problema real, éste se analiza con un proceso llamado modelado matemático. Los pasos de dicho proceso se observan en la figura 1.

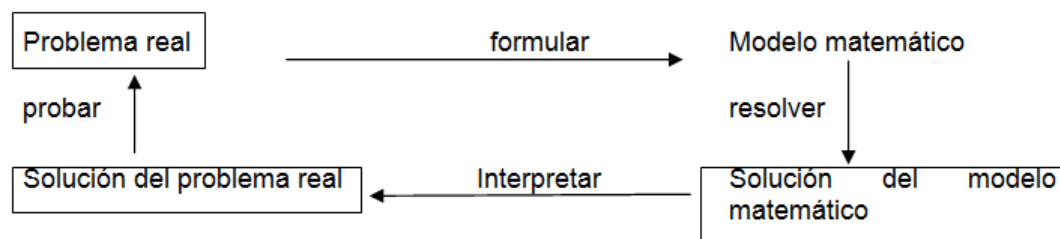


FIGURA 1

En general para construir modelos matemáticos se procedió así:

- a) Se asignó una letra a cada variable mencionada en el problema.
- b) Se encontró una expresión para la cantidad buscada.
- c) Por último, se utilizan las condiciones del problema para escribir la cantidad buscada como una función f de la variable, observando las restricciones impuestas al dominio de f a partir de las condiciones físicas del problema.

5.3. Dinámica

La experiencia se realizó en un grupo de 6to. año con los que un año antes, en 5to, se trabajó el tema de funciones polinómicas, funciones exponenciales y logarítmica utilizando las TIC. En aquel momento se explicó que dado un número “ n ” de puntos, siempre es posible encontrar la fórmula de una función polinómica, de grado, al menos $n-1$, cuya gráfica pase por todos ellos. Si bien esta fórmula no resulta una receta mágica para la ciencia, la economía, la estadística, etc., es útil, ya que, muchas veces necesitamos formalizar procesos de estimación para fundamentar futuros pronósticos.

Estas fórmulas suelen darnos información bastante real dentro del intervalo considerado. Pero, en todo momento, se hizo hincapié en el hecho de que si suponemos que para los valores que no están dentro del intervalo, las condiciones en las que efectuamos las observaciones no cambian, es muy probable que cometamos un error.

Para obtener funciones polinómicas (lineales, cuadráticas, cúbicas, etc.) a partir de puntos, se trabajó con el método de interpolación realizando los cálculos manualmente en situaciones sencillas; posteriormente utilizando Excel y por último empleando el software “interpolación de Lagrange 2.0” para el modelado de funciones más complejas.

Para comprender la importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos utilizando tecnología, entre otros, se presentaron los siguientes problemas de modelado, basados en datos y/o en situaciones:

- *Evaluar el modelo matemático que relaciona la medida del calor (temperatura) en grados Celsius y en grados Fahrenheit.*

Para esta actividad se utilizaron dos termómetros digitales citizen modelos CT461C(°C) y CT461F(°F), con ellos se tomo la temperatura del agua puesta en un recipiente, previamente calentada y a la que luego se le fue agregando hielo con el objeto de hacer variar la temperatura de la misma. Con los datos obtenidos, se confecciona una tabla y se obtiene la fórmula lineal que permite convertir temperaturas de Celsius a Fahrenheit.

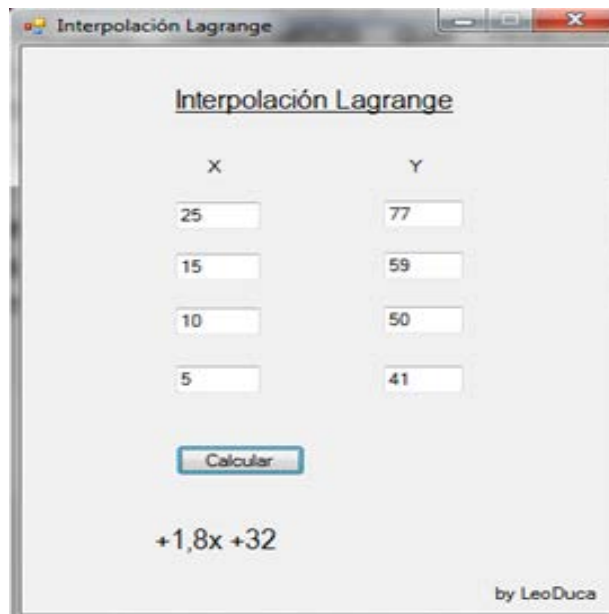


FIGURA 2

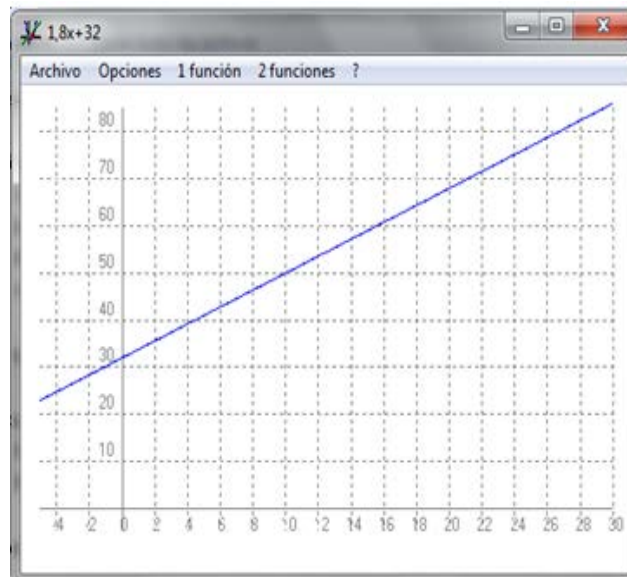


FIGURA 3

En las figuras se muestra cómo se obtuvo la fórmula a partir de los datos considerados (puntos obtenidos empíricamente), utilizando Excel (figura 4) o Interpolación de Lagrange (figura 29, y la gráfica con funcioneswin-32 (figura 3).

interpolación para funciones polinómicas								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	y						
2	25	77	1,8	0	0			
3	15	59	1,8	0				
4	10	50	1,8					
5	5	41						
6								
7								
8								
9								
10	P(x)=		0 x ³		0 x ²		1,8 x	32
11								

FIGURA 4

- *En criminalística es importante analizar las gotas de sangre encontradas en la escena del crimen, para ello, entre otras cosas, es necesario saber si existe alguna relación entre el diámetro de la gota y la altura desde donde cayó.*

Se les comentó a los alumnos que buscamos un modelo que se parezca al mundo real, pero no queremos que sea igual a él, ya que, nos quedaríamos en la complejidad y no lo podríamos entender. Tomamos una simplificación de la realidad, un constructo experimental que nos permita extraer conclusiones acerca de la hipótesis previamente planteada. Nuestra hipótesis es la existencia de la relación entre el diámetro de una gota y la altura desde donde cae.

Queremos averiguar si existe dicha relación, para ello realizamos la experiencia, con un gotero adecuado, arrojamos gotas de tinta desde distintas alturas sobre hojas milimetradas en forma perpendicular a éstas y medimos el diámetro de cada gota con ayuda de un calibre. Se analizaron los distintos datos, observando similitudes y diferencias, tomando en cuenta sólo los datos cuyos métodos de obtención fueron más precisos y sometidos a mayores cuidados. Con estos elementos, luego de una puesta en común, confeccionamos una tabla de valores (figura 5) y la gráfica (figura 6) utilizando Excel.

A	B
Altura (en cm)	Diámetro (en cm)
2	0,3
4	0,5
6	0,7
8	0,9
10	1,05
12	1,2
35	2
70	2,15
100	2,2
120	2,25

FIGURA 5

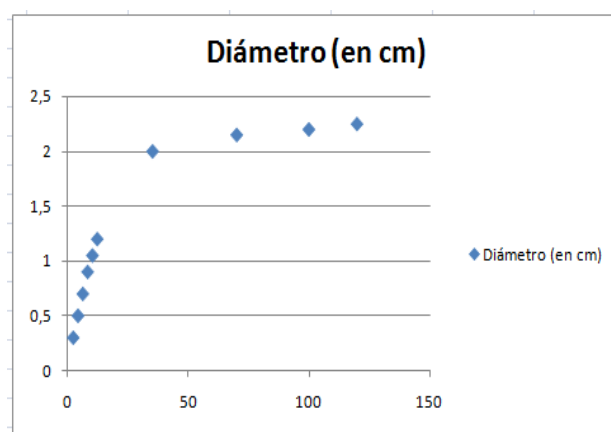


FIGURA 6

Se indagó a los alumnos acerca de cuál será la función más adecuada que nos permitirá modelar dicha situación. En todo momento se animó a los estudiantes a emplear métodos alternativos en el curso de la solución de un problema de modelado basado en un conjunto de datos que muestra una relación entre las variables. En algunos grupos surgió que lo más adecuado era buscar la función polinómica que pasara por los puntos encontrados. Esto se hizo, pero se dificultó por el hecho de ser muchos los puntos involucrados.

Otro de los grupos, al observar la gráfica, manifestó que se asemejaba a una curva logística, correspondiente a una función de la forma

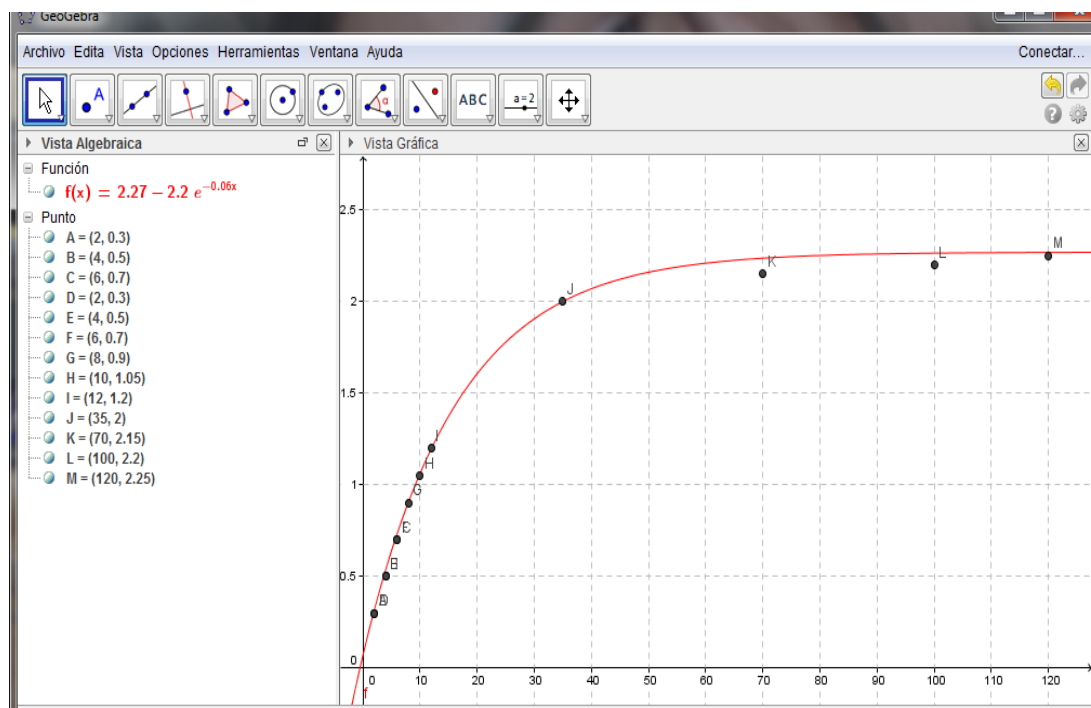


FIGURA 7

Luego de trabajar en las distintas opciones se concluyó que si bien existe una relación entre el diámetro de la gota y la altura desde donde cae, es difícil determinar conociendo el diámetro, la altura desde donde cayó, puesto que a mayor altura el diámetro tiende a ser constante, pero se observó que la diferencia radica en los bordes de la gota. Cuando cae desde pequeñas alturas éste es liso y bien definido, en cambio cuando la altura supera los 100 cm los bordes son irregulares (espiculados). Sin duda otra variable a tener en cuenta en criminalística. Además cuando la altura supera los 160 cm la gota tiende a destruirse, por lo que nuestro modelo está acotado.

- Con la siguiente situación se pretendió modelar, según los valores del dominio, funciones diferentes, es decir modelar una función por partes.

Para representar las variaciones en la concentración de alcohol en sangre a lo largo del tiempo, se utiliza la curva de alcoholemia, que nos da una idea aproximada de cuál es el tiempo prudencial que se necesita para conducir un vehículo, después de haber ingerido una determinada cantidad de alcohol. Mediante investigaciones acerca del tema, llegamos a la conclusión que: una de éstas curvas puede representarse con la fórmula:

Se les pide que representen a la función gráficamente, (situación que se observa en la figura 8) que la analicen y respondan

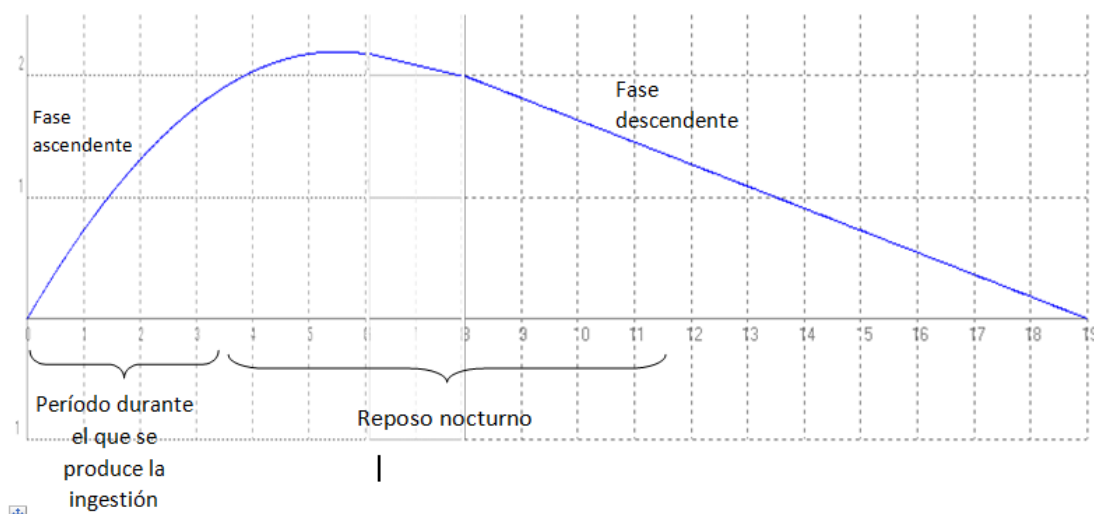


FIGURA 8

- La llamada fase ascendente o fase de intoxicación, que ocurre inmediatamente posterior a la ingestión, es una porción de parábola, cuyo punto máximo representa el nivel de alcoholemia alcanzado (máxima concentración de alcohol en sangre), ¿cuál es dicho nivel? ¿cuándo ocurre?
- ¿Cuál es el nivel de alcoholemia alcanzado a las 5 horas? ¿y a las 6 horas? Y a las 10 horas?
- ¿Durante cuánto tiempo ingiere alcohol?
- La fase descendente o de desintoxicación está representada por dos rectas, si para conducir un vehículo debe tener una alcoholemia inferior a 0,5 gr/l, ¿cuándo estaría en condiciones de conducir?
- Una persona que protagoniza un accidente de tránsito es demorada y luego de 5 horas de espera, se determina que su nivel de alcoholemia es de 0,4 gr/l. ¿Podemos suponer que una de las circunstancias que produce el accidente es el consumo de alcohol del conductor? ¿por qué?

Los anteriores ejemplos son sólo algunos con los que se trabajó.

6. Conclusiones

La propuesta permitió que el estudiante experimentara con procesos de modelación utilizando como soporte recursos tecnológicos. En dicho proceso se evidenció un avance significativo en la comprensión del concepto de función así como en los conceptos involucrados en el análisis de la misma.

La utilización de distintos software permitió hacer múltiples representaciones de los objetos matemáticos involucrados. Por ejemplo en funcionswin32 y en GeoGebra, para visualizar la función, además de ingresar la expresión algebraica de la misma, los alumnos debieron establecer la escala de cada uno de los ejes y los intervalos de variación de las variables “x” e “y”. La modificación de estos intervalos les permitió obtener la gráfica en la que mejor se observan las características particulares de la función a estudiar. Así como obtener máximos, mínimos, ceros, intervalos de crecimiento de decrecimiento, etc., características tendientes a darle sentido y

significado al objeto de estudio. De este modo el uso de software adecuado ayuda a crear un ambiente propicio para la investigación de propiedades y relaciones. Los alumnos pueden formular conjeturas e investigar su validez y de entenderlas veraces, intentar una posible justificación.

En general las estrategias didácticas utilizadas para comprender la importancia de las funciones en la formulación de modelos matemáticos generó respuestas positivas por parte de los alumnos. Fueron capaces de comprender el concepto de función y la necesidad de modelar matemáticamente, así como cumplimentar las etapas que implica dicho proceso:

- Observar un proceso real y construir un sistema matemático con variables y funciones que imiten algunas de las características más importantes.
- Emplear la matemática para analizar las funciones del modelo.
- Sacar conclusiones del mismo (crecimiento, decrecimiento, valores máximos, valores mínimos, etc.)
- Verificar estas novedades contra la observación para testear la capacidad predictiva del modelo.

Se favoreció la creación de nuevos espacios de enseñanza-aprendizaje, constituyéndose en una experiencia motivadora y significativa. No obstante se presentaron algunas dificultades, en el momento de comparar resultados experimentales hubo que llegar a un acuerdo y tomar aquellos datos que se repetían con más asiduidad; además cuando querían comparar gráficas de un grupo a otro, al elegir diferentes escalas en un principio se dificultó la tarea. Pero luego, ésta dificultad se empleó como algo positivo advirtiendo y analizando como se puede influenciar mediante una gráfica, la percepción parcializada de una situación.

Además la experiencia resultó relevante para la creación de un espacio de trabajo colectivo, de equipo.

Por último percibo que todo aquello que hagamos por salir de la clase tradicional es altamente valorado por nuestros alumnos. Al hacerlo, contamos con una predisposición altamente positiva por parte de ellos, difícil de obtener de otro modo.

Considero que provocar cambios como los mencionados en el enfoque pedagógico, favorece un proceso de transmisión de conocimientos más eficiente.

7. Referencias bibliográficas

ARAVENA, M. GIMÉNEZ, J. Y CAAMAÑO, C. (2008). "*Modelización matemática a través de proyectos*". Artículo de la revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Versión impresa ISSN 2007-6819. Tomado de <http://www.scielo.org.mx>

BIEMBENGUT, M., & HEIN, N. (2004). "*Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*". Educación Matemática , 16 (002), 105-125. Tomado de <http://www.recomem.com.co/archivos/actividades/40516206.pdf>

CARUSO, C., ROMEU L. Y SUHI G. (2006). *Visualización y nuevas TIC*. [Documento en línea]. Ponencia presentada en la 4ª Jornada de Informática y Educación, Argentina. Tomado de: <http://jornadaie.unvm.edu.ar/pon11.pdf>

CASTRO E., CASTRO E. (1997). "*La educación matemática en la secundaria*". Coordinador: Luis Rico . Editorial Horsori, pág 95 -124.

HENRICI, P. (1977). *“Elementos de análisis numérico”*. México: Editorial Trillas.(1979) 2da. Ed.

HITT, F., OROZCO, A. (1995). *“Visualizando la función con la PC”* México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1997. 1ra. Ed.

HITT, F. (1998). “Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum”. *Educación Matemática 10* (2), 23–45.

HITT, F. (1996). *“Investigaciones en Matemática Educativa”*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

HITT, F. (2002).” *Funciones en contexto*”. México: Prentice Hall.

Revista Investigación y Ciencia. Vol. 445 , pág.48-59. Edición española de Scientific American.

LESH, R. (1997). *“Matematización: La necesidad “real” de la fluidez en las representaciones”*. Enseñanza de las Ciencias, 15(3). 377-391. Recuperado de <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v15n3p377.pdf>

MARTÍNEZ, J.M; LÓPEZ, R. (1997) *“Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales”*. Madrid. McGraw-Hill/interamericana de España, S.A.U. 1ra. Ed.

SOSA, L., APARICIO, E., & TUYUB, J. (2008). *“ Diseño de actividades matemáticas con el uso de tecnología”*. En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21. Tomado de <http://www.clame.org.mx/acta.htm>

SOO TAN, T.(2010), *“ Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y de la vida”*.México: Cengage Learning, 2012. 5ta. Ed.

STEWART, J., REDLIN, L., & WATSON, S. (2007). Precálculo. *Matemáticas para el cálculo*. México. Thomson.

SUAREZ, L., & CORDERO, F. (2008).” *Modelación del movimiento en un ambiente tecnológico: una categoría de modelación - graficación para el cálculo*”. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21. Tomado de <http://www.clame.org.mx/acta.htm>

VILLA-OCHOA, J. BUSTAMANTE, C., BERRIO, M., OSORIO, A., & OCAMPO, D. (2009). *“El proceso de modelación matemática. Una mirada a la práctica del docente”*. Grupo de Investigación en Educación Matemática e Historia (UdeAEfit). Universidad de Antioquia. Tomado de <http://funes.uniandes.edu.co/902/>