CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN
BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVIEMBRE 2014

CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÃO E EDUCAÇÃO
BUENOS AIRES, ARGENTINA
12, 13 Y 14 DE NOVEMBRO 2014

Uso de Geogebra en Matemática Financiera

MARGARIA, 0.; BRAVINO, L.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

Uso de Geogebra en Matemática Financiera

Autores: Oscar MARGARÍA y Laura BRAVINO

Departamento de Estadística y Matemática.

Facultad de Ciencias Económicas.

Universidad Nacional de Córdoba.

omargaria@hotmail.com

laubravino@hotmail.com

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

Resumen

La Matemática Financiera es una de las ramas de la Matemática Aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo combinando capitales, tasas y tiempo, solucionando problemas de naturaleza financiera y ayudando en la toma de decisiones de inversión y financiación, siendo las operaciones financieras su objeto de estudio analítico y sistemático. Constituye una asignatura relevante dentro de los planes de estudios de carreras del área de las Ciencias Económicas que aporta conocimientos que se aplican directamente en el ejercicio profesional así como base para asignaturas posteriores.

Como toda Matemática aplicada requiere de definir conceptos, analizar desarrollos, obtener fórmulas, realizar cálculos e interpretar resultados. Por ello, una herramienta habitual en la enseñanza es el uso de la representación gráfica de las operaciones financieras a través de ejes temporales o sistemas de ejes cartesianos ya constituye una forma de visualizar la variación de los capitales involucrados y comprender los desarrollos teóricos, casos y ejercicios que se estudian en la asignatura: monto a interés compuesto, tasas de interés, tasas equivalentes y proporcionales, sistemas de amortización de deudas y los criterios de evaluación de proyectos de inversión.

En la tarea de representar las operaciones financieras son útiles las prestaciones de Geogebra en cuanto a la gráfica de funciones, el uso de deslizadores, protocolos de construcción, barra de reproducción de pasos, entre otros.

Son múltiples las formas de aprovechar los gráficos realizados con Geogebra. Entre ellas podemos mencionar:

- Elaborarlos y/o reproducirlos en el aula de clases, aprovechando el dinamismo que el software permite.

- Trabajarlos en el aula informática, proponiendo a los alumnos su construcción, tanto en computadoras personales como dispositivos portátiles (smartphones, tablets).

- Utilizarlos en materiales de estudio impresos o multimediales y plataformas educativas. La posibilidad de exportarlos en formato HTML, permite que puedan ser visualizados y manipulados, incluso, sin necesidad de tener que descargar el software.

Algunos de los alumnos que hoy ingresan a las aulas universitarias ya conocen y han trabajado con Geogebra, por lo tanto, además de ser útil en el estudio de diversas asignaturas, permite aprovechar una herramienta que ya han incorporado en instancias de estudio anteriores.

MATEMÁTICA FINANCIERA

Matemática Financiera es una asignatura relevante dentro del plan de estudio de cualquiera de las carreras del campo de la Ciencias Económicas que aporta

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

conocimientos que se aplican directamente en la vida profesional y, que a la vez, provee herramientas para otras asignaturas.

Se trata de una de las ramas de la Matemática Aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo combinando capitales, tasas y tiempo, solucionando problemas de naturaleza financiera y ayudando a la toma de decisiones de inversión y financiación, constituyendo las operaciones financieras su objeto de estudio analítico y sistemático.

Como toda Matemática requiere de definir conceptos, realizar desarrollos, obtener fórmulas, efectuar cálculos e interpretar resultados. Una herramienta que resulta de mucha utilidad en la enseñanza es la representación gráfica de las operaciones financieras a través de ejes temporales o sistemas de ejes cartesianos ya que constituye una forma de visualizar la variación de los capitales involucrados y comprender los desarrollos teóricos, casos y ejercicios que se estudian en la asignatura: monto a interés compuesto, tasas de interés, tasas equivalentes y proporcionales, sistemas de amortización de deudas y criterios de evaluación de proyectos de inversión.

Geogebra se convierte entonces en una potente herramienta que nos permite representar en un sistema de ejes cartesianos diferentes conceptos y operaciones, proponer variaciones en los componentes a través del uso de deslizadores, así como visualizar la evolución de las variables a través del tiempo con la barra de reproducción de pasos.

A continuación detallaremos algunas de las construcciones que hemos desarrollado respecto de operaciones financieras y sus componentes, a través de Geogebra.

OPERACIONES FINANCIERAS DE MONTO

Considerando el principio fundamental del campo financiero que afirma que el capital colocado en una operación financiera crece con el transcurso del tiempo, es válido asociar este cambio del valor del capital a una función que depende del tiempo:

$$f(t) = f(0)(1+i)^t$$

Asociando esta expresión a una función exponencial de la forma:

$$y = ka^x$$

Los elementos que intervienen en esta operación a los fines de realizar su representación gráfica son:

$c =$ capital inicial $f(0)$

$i =$ tasa de interés

$n =$número de unidades de tiempo de la operación,

a los cuales se les asigna un valor arbitrario inicial, a fin de poder definir la función que los vincula en la entrada algebraica (Figura 1):

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

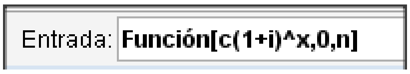


Figura 1

Se obtiene el gráfico de la función (Figura 2):

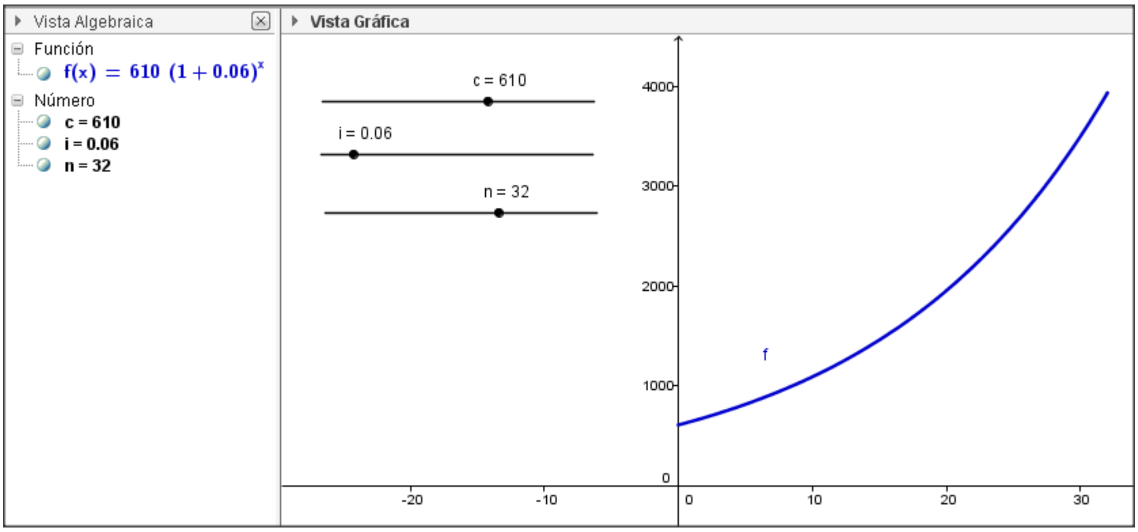


Figura 2

A través del uso de deslizadores es posible asignarle diferentes valores al capital inicial, tasa de interés y número de unidades de tiempo de la operación, y así reflejar las variaciones que asume el monto o capital final (figuras 3 y 4):

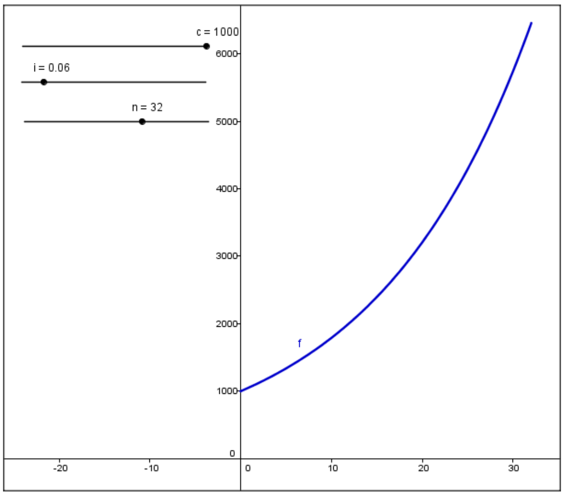


Figura 3

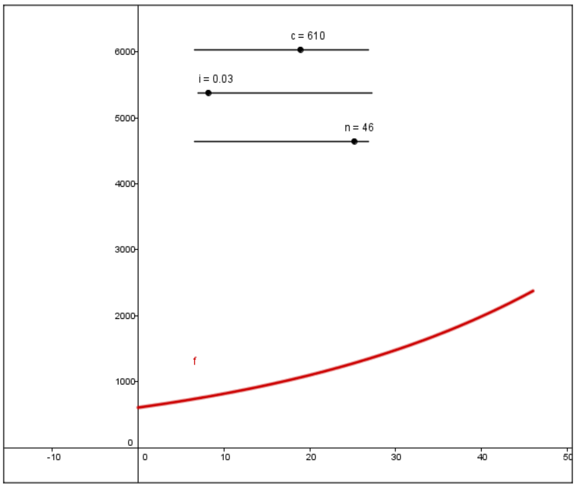


Figura 4

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

Operaciones financieras donde los intereses obtenidos se capitalizan al final de cada unidad de tiempo

Cuando los intereses obtenidos al final de cada unidad de tiempo son capitalizados, el comportamiento de los intereses que corresponden a cada una de las sucesivas unidades de tiempo es creciente, pudiendo esto ser visualizado a través del siguiente gráfico (Figura 5):

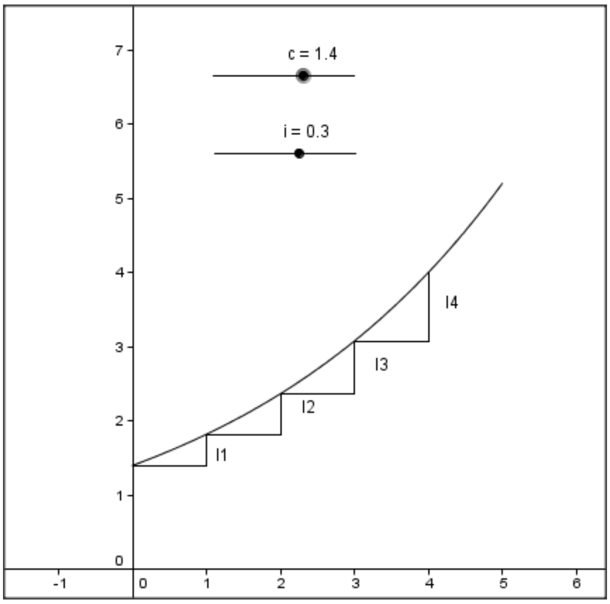
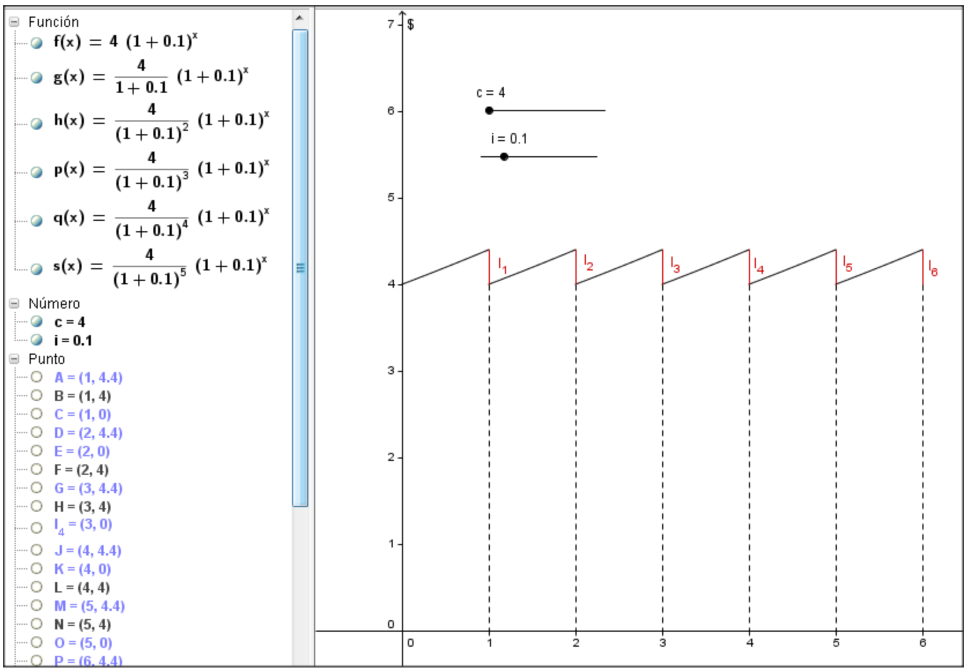


Figura 5

Operaciones financieras donde los intereses obtenidos se retiran al final de cada unidad de tiempo

En la Figura 6 se grafica el comportamiento de un capital en una operación en la cual los intereses son retirados al final de cada unidad de tiempo:



ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

Figura 6

En este tipo de gráficos es especialmente útil poder visualizar la evolución del capital a través del tiempo, con la barra de navegación por pasos de construcción y el comando de reproducción, tal cómo observamos en las figuras 7 a 10:

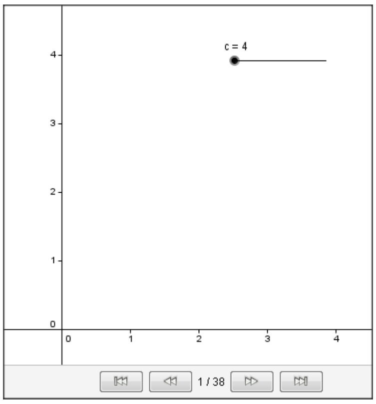


Figura 7

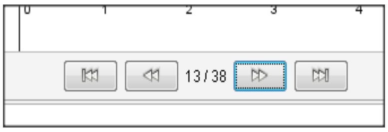


Figura 8

Figura 9

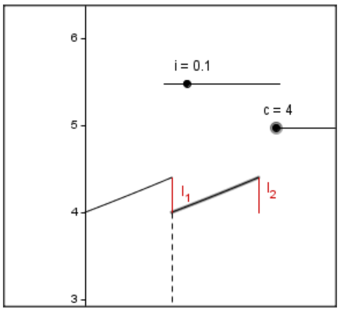


Figura 10

Tasa de interés, tasa de interés equivalente y tasa nominal de interés

Tomando el concepto de tasa de interés como el incremento de una unidad de capital inicial en una unidad de tiempo, podemos representarla gráficamente de la siguiente manera (Figura 11):

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

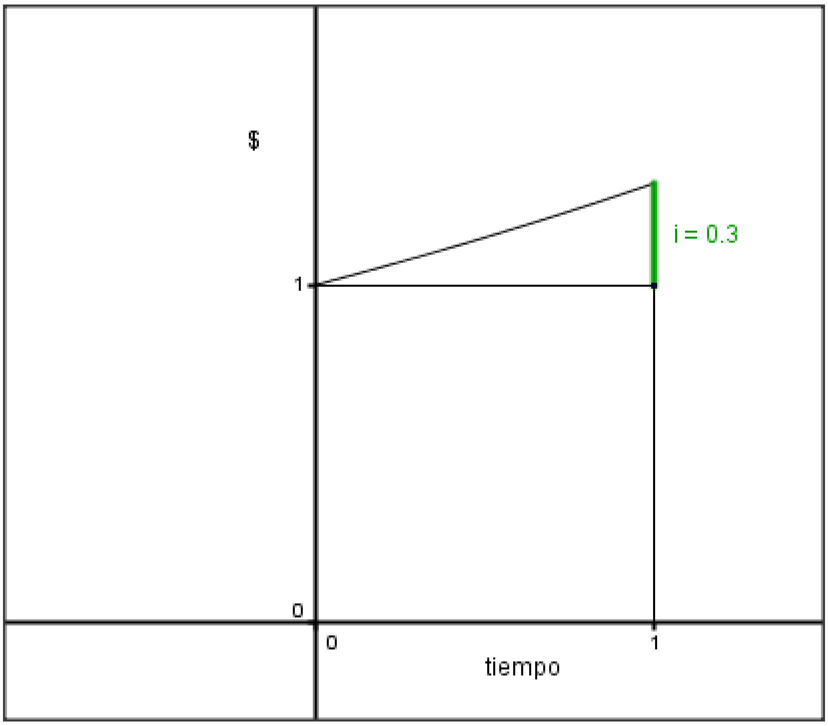
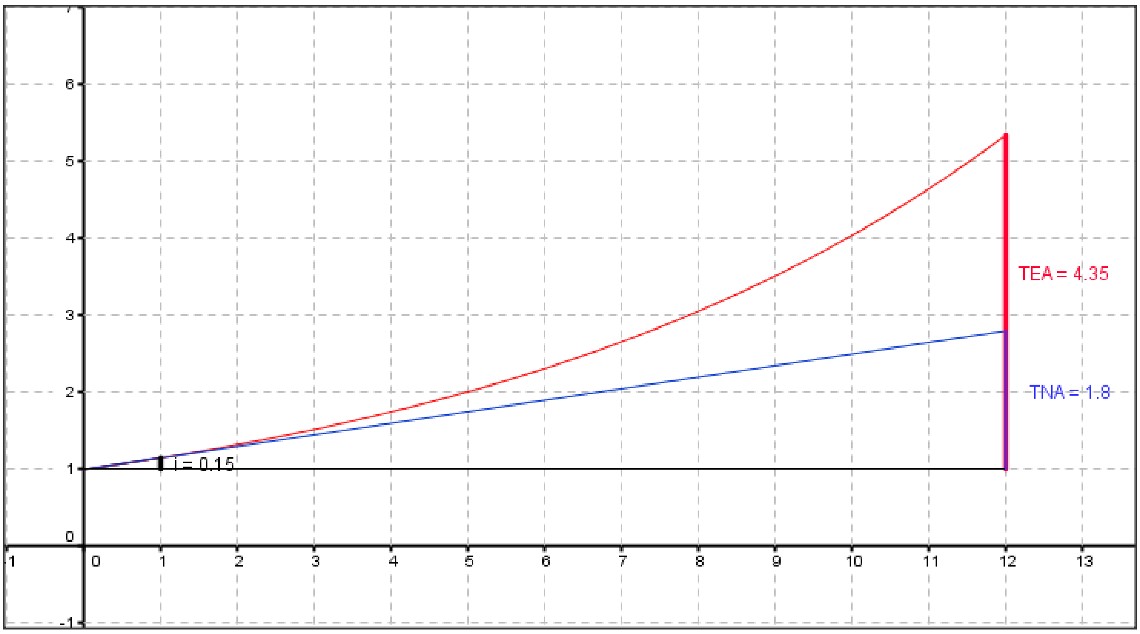


Figura 11

Por otra parte, en el siguiente gráfico (Figura 12) agregamos a la tasa de interés mensual, su tasa de interés equivalente anual y la tasa nominal anual de interés, distinguiéndose claramente el crecimiento exponencial de la primera y el proporcional de la segunda:



ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

Figura 12

Tasa instantánea de interés

Un concepto que suele ser especialmente complejo para su presentación en una clase, es el de la tasa instantánea de interés. La representación gráfica, tal como la observamos en la Figura 13, nos permite utilizarla como punto de partida para su definición y análisis:

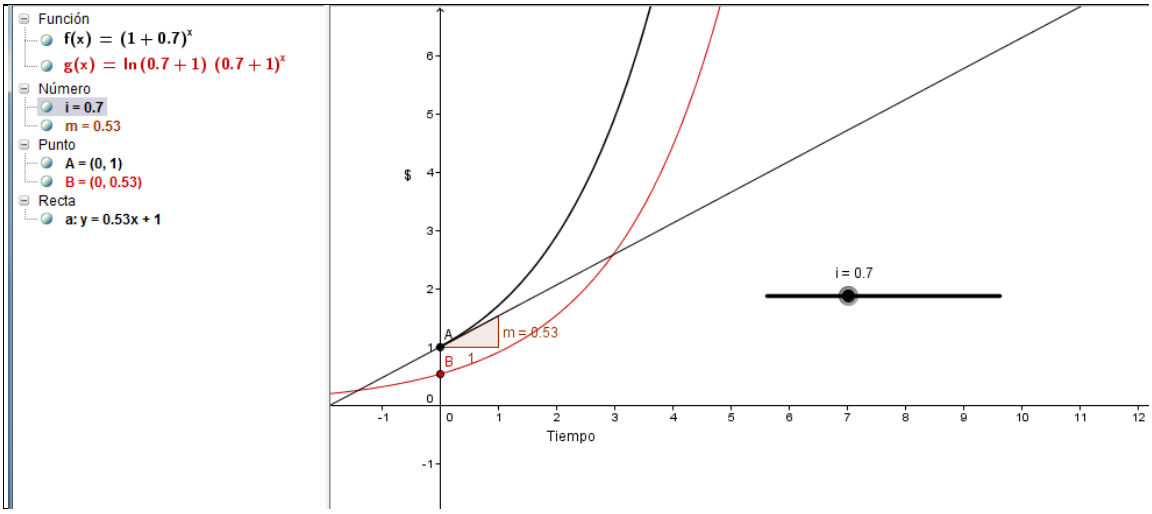


Figura 13

OPERACIONES FINANCIERAS CON RENTAS CIERTAS

Considerando el conjunto de n cuotas constantes y equiespaciadas que componen una renta cierta, se elaboran gráficos representativos del valor final y del valor actual a una determinada tasa de interés.

Valor Final

En los siguientes gráficos observamos el valor final (imposición) de un conjunto de cuotas constantes y anticipadas (representadas por los segmentos verticales). El proceso de elaboración consiste en capitalizar el subtotal que se obtiene con el depósito de las sucesivas cuotas, pudiendo variar su valor o el de la tasa de interés de la operación. En la Figura 14, la construcción es incompleta, llegando al valor final en la Figura 15, donde se completa el cálculo con las ocho cuotas que componen esta renta en particular:

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

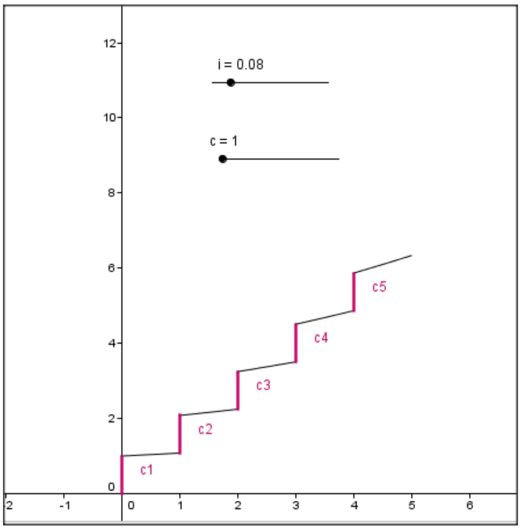


Figura 14

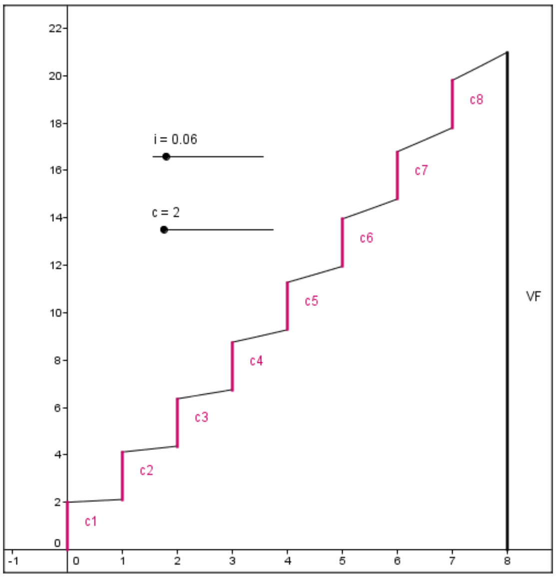


Figura 15

Valor Actual

De manera similar, se grafica una operación de valor actual de cuotas constantes y vencidas. Para hacerlo, se comienza con la última cuota y se actualizan y acumulan todas las cuotas hasta llegar al momento cero. En la Figura 16 se observa el avance parcial del proceso de actualización y en la Figura 17, el gráfico completo:

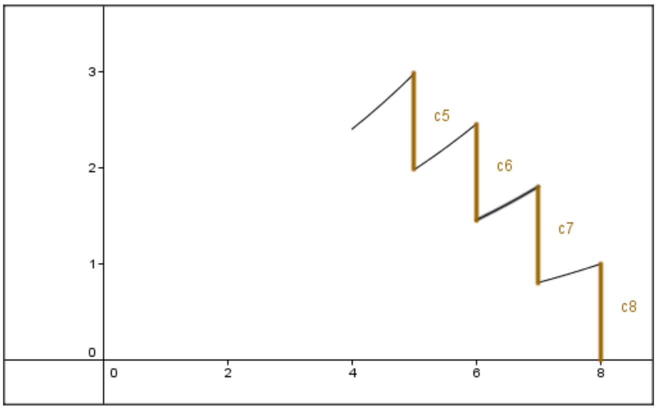


Figura 16

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

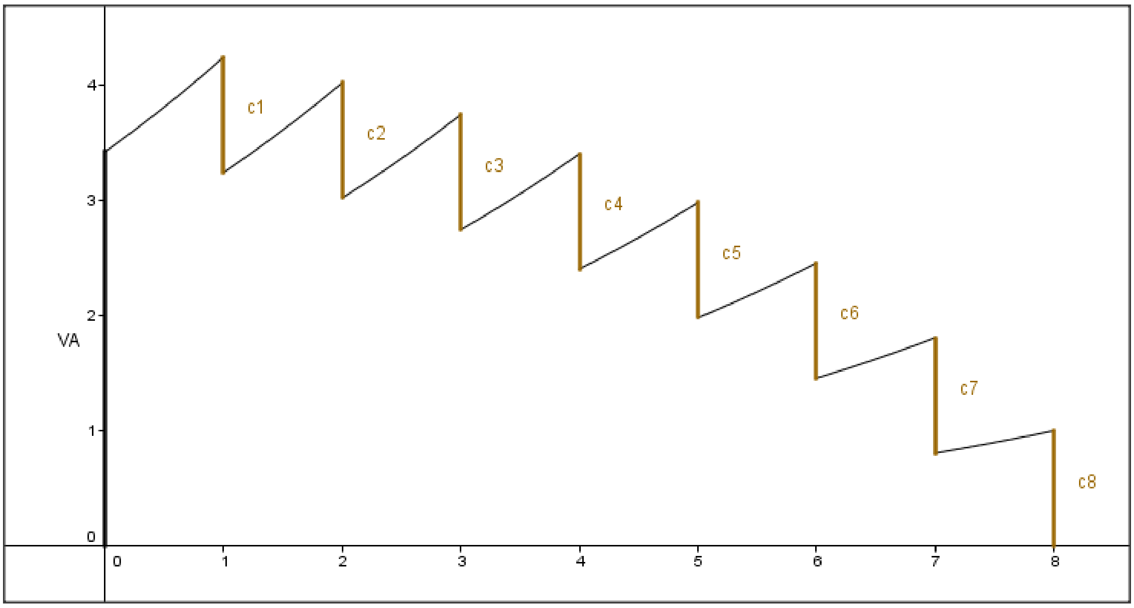


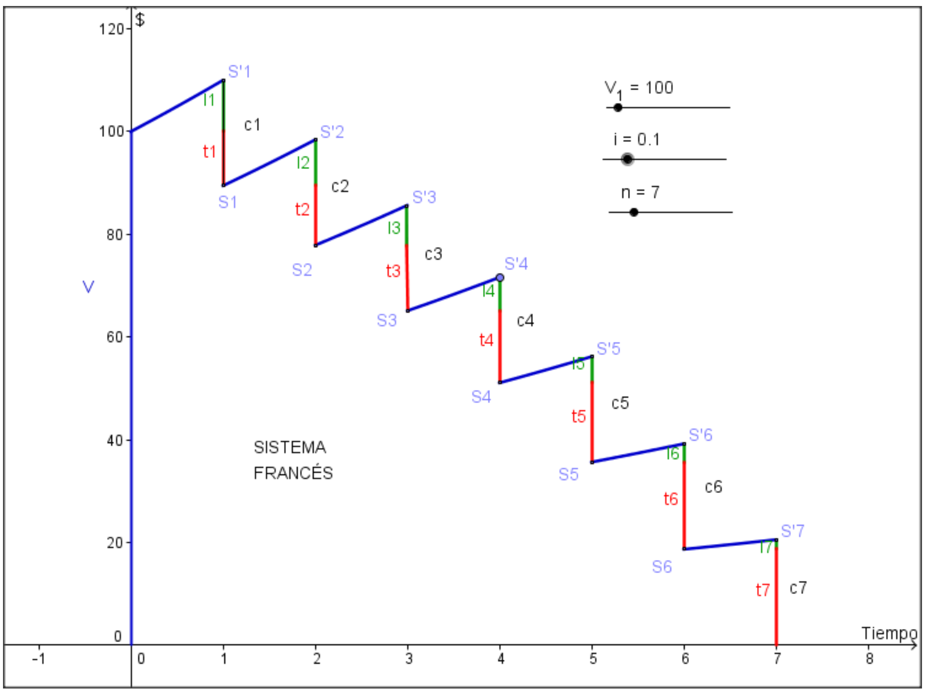
Figura 17

SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE DEUDAS

Resulta interesante y de suma utilidad poder representar la evolución del saldo y demás componentes de una deuda, a medida que transcurre el plazo de amortización y considerando las características propias de cada sistema.

Sistema de amortización de cuota constante (Sistema Francés)

Para obtener la Figura 18, se han considerado un determinado valor de deuda (V), tasa de interés (i) y (n) que pueden modificarse, quedando el valor de la cuota (c) dependiente del resto de los componentes:



ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

Figura 18

Sistema Frances con período de diferimiento

De manera similar, en la Figura 19 se observa la gráfica de una operación de amortización de deuda realizada con un sistema de amortización francés, con período de diferimiento (período de gracia). Esto implica incorporar como variable la cantidad de unidades de tiempo de diferimiento (k):

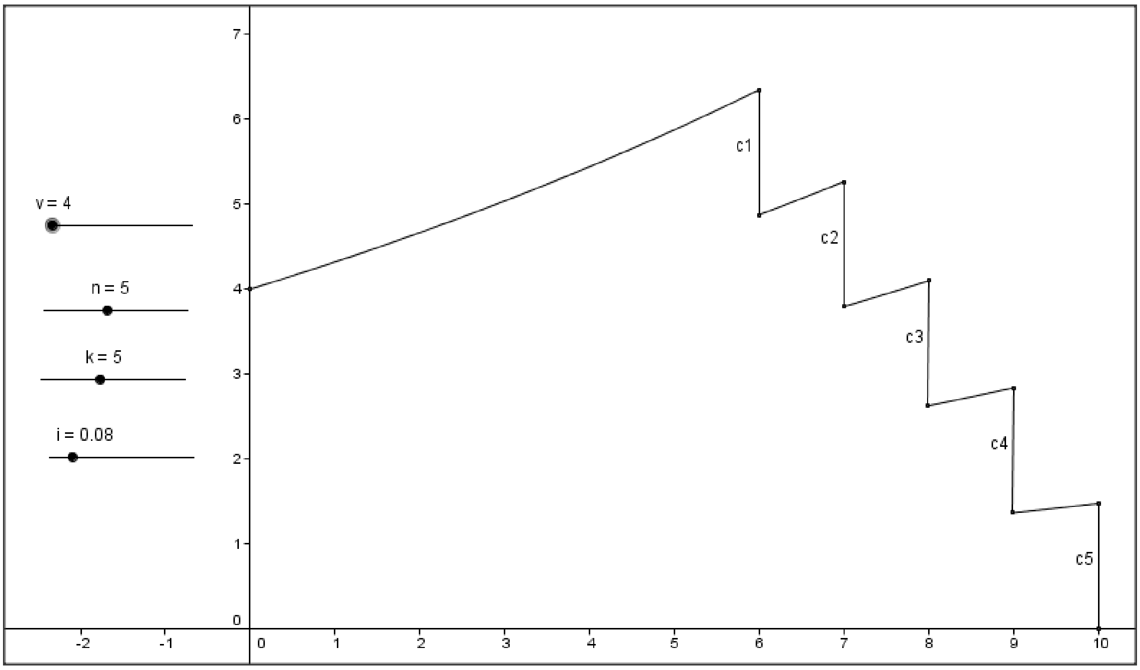


Figura 19

Sistema de amortización de cuota variable y amortización constante (Sistema Alemán)

Continuando con otro de los sistemas de amortización, en la Figura 20 se representa una deuda a abonar aplicando el sistema de amortización con cuotas variables y amortización constante. A partir de definir el valor de la deuda, el número de cuotas y la tasa de interés, se determinan el resto de los componentes, pudiendo visualizarse los saldos adeudados, las amortizaciones, intereses y cuotas:

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

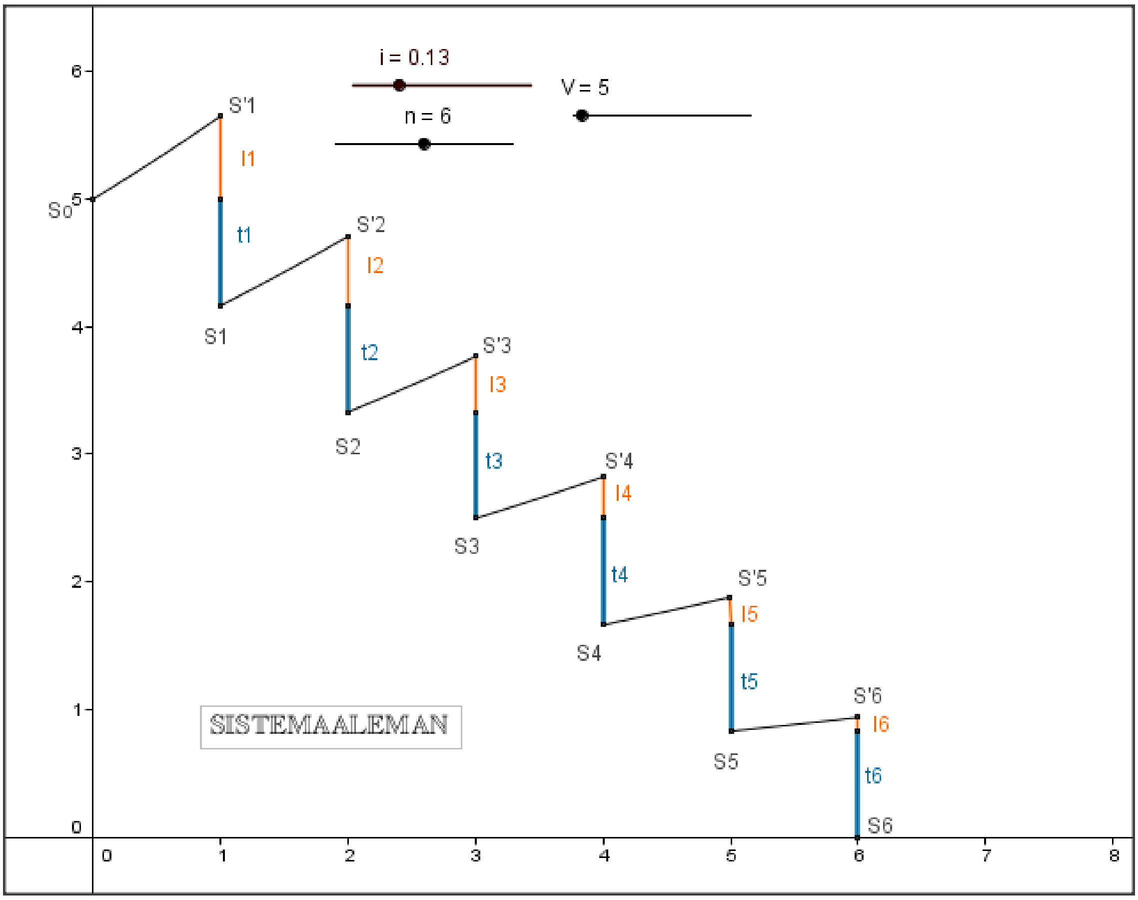


Figura 20

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN

En la Figura 21 se representa gráficamente el perfil del Valor Actual Neto (VAN), el cual mide el aporte (o la pérdida) que genera la realización del proyecto al patrimonio del inversor:

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

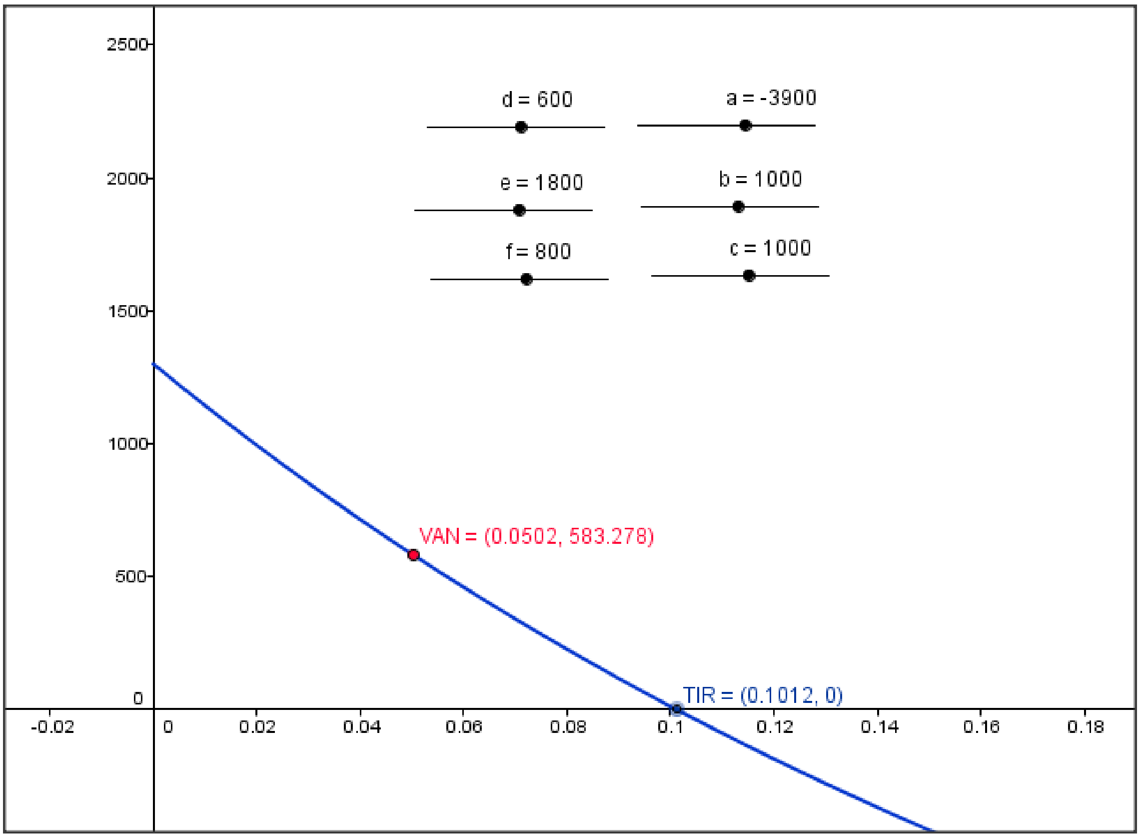


Figura 21

La representación gráfica permite visualizar el valor del VAN para distintas tasas de costo de capital desplazando el punto correspondiente al VAN definido sobre la curva. Y el punto de corte en el eje de de las abcisas identifica el valor de la tasa interna de rentabilidad (TIR), que mide la rentabilidad por unidad de capital invertida y para la unidad de tiempo definida para el proyecto.

Este tipo de gráficos también posibilita mostrar algunos problemas vinculados a estos criterios de evaluación. En la Figura 22 se observa lo que suele denominarse como la Inconsistencia de la TIR, que se da cuando para un proyecto de inversión, la TIR presenta más de un valor positivo, de acuerdo al comportamiento de los flujos de caja involucrados:

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

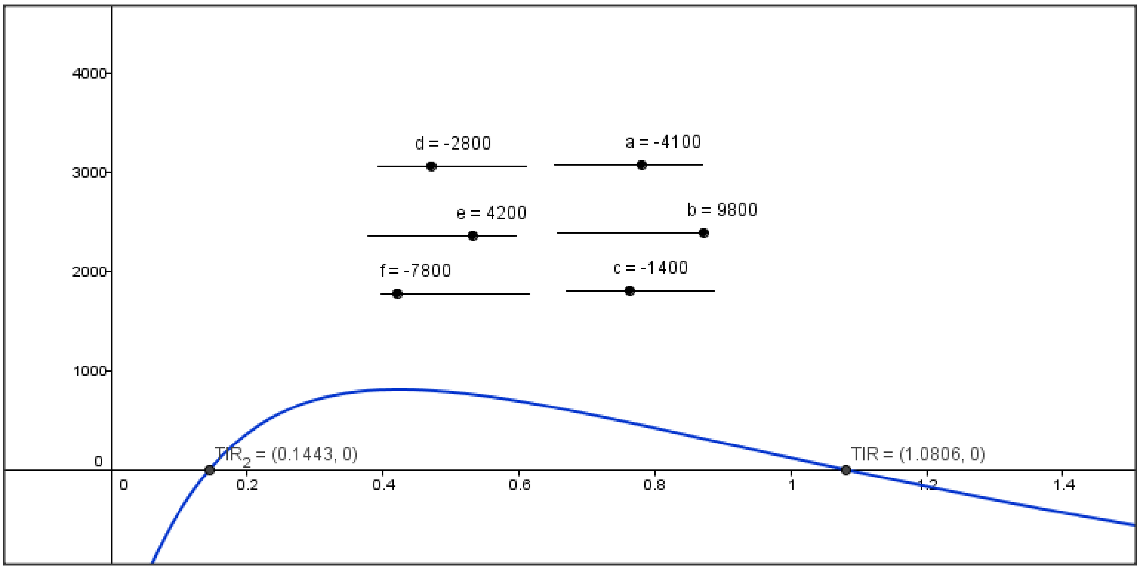


Figura 22

Por último, es posible comparar el perfil de VAN de dos proyectos de inversión, que pueden presentar el llamado Punto de Intersección de Fisher, que refleja los conflictos de ordenamiento según el VAN o la TIR de proyectos aceptados (Figura 23):

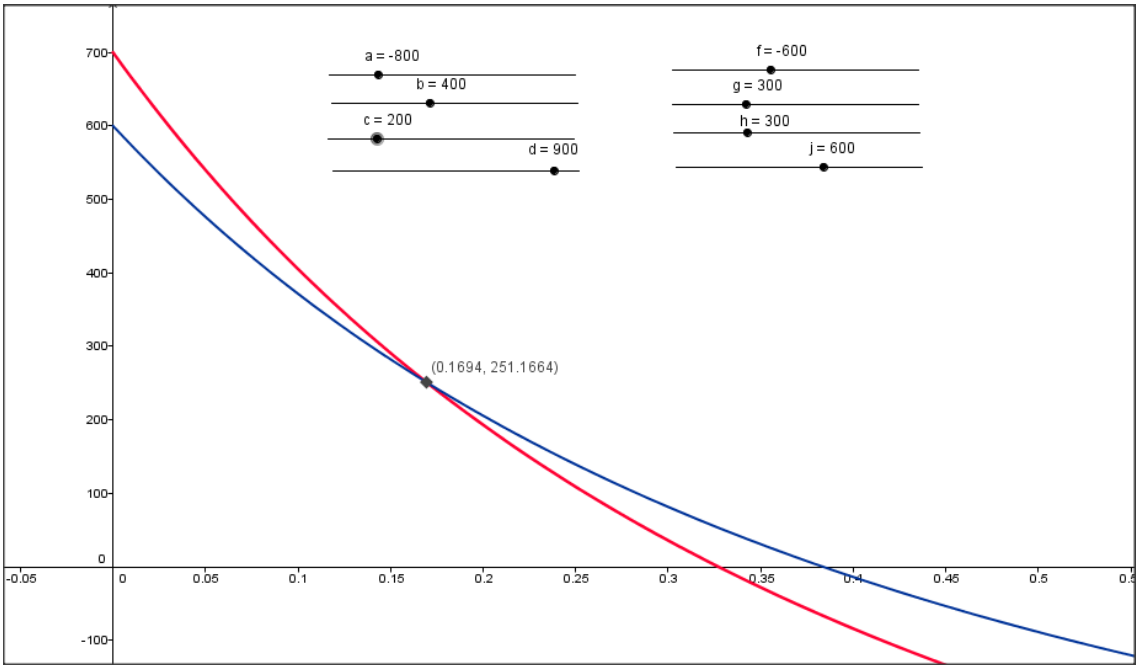


Figura 23

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910

USO DE LAS REPRESENTACIONES GRÁFICAS ELABORADAS EN GEOGEBRA

Son múltiples las formas que aprovechamos los gráficos realizados para matemática financiera. Algunas de ellos:

- Elaborarlos en el aula de clases y/o construirlos previamente y reproducirlos, a través del uso de proyectores. Esto permite una mayor precisión, claridad y resultan más atractivos que realizarlos manualmente en la pizarra.
- Trabajarlos en el aula informática, proponiendo a los alumnos su construcción, tanto en computadoras personales como tablets. Otra posibilidad en este mismo sentido: compartirlos con ellos para que puedan modificarlos.
- Insertarlos en materiales de estudio impresos o multimediales. Una alternativa la constituye el desarrollo de videos tutoriales a través de captura de pantalla y voz.

CONCLUSIONES

Geogebra es un software matemático interactivo, que puede ser utilizado como herramienta TIC en la enseñanza de la Matemática Financiera, a través de las aplicaciones que permiten graficar operaciones financieras de monto, valor actual y final de rentas ciertas, sistemas de amortización de deudas, criterios de evaluación de proyectos de inversión, entre otras, ayudando al alumno a visualizar y comprender el comportamiento de los diferentes elementos de las mismas. En especial, la reproducción secuencial, resulta útil para las operaciones financieras que reflejan la evolución de capitales a lo largo del tiempo.

Es de destacar las múltiples formas de utilizar Geogebra: descargando el programa, como una aplicación en Chrome o en una tablet lo que permite disponer de él off line u on line y en cualquier computadora.

Geogebra es útil tanto para representaciones gráficas en el aula, como para generar materiales de estudio para distintas modalidades educativas.

BIBLIOGRAFÍA

Geogebra geogebra.org (consultada 20 de Agosto de 2014)

Margaría O. y Bravino L. (2014) Matemática Financiera. 1ª edición. Córdoba. Universidad Nacional de Córdoba. E-book.

ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 910