# V Olimpíada Matemática Centroamericana y del Caribe.

**Costa Rica, 26 de Agosto de 2003.**
**Primer día**

**Problema 1.** Dos jugadores $A$ y $B$, juegan por turnos el siguiente juego: Se tiene un montón de 2003 piedras. En su primer turno, $A$ escoge un divisor de 2003, y retira ese número de piedras del montón inicial. Posteriormente, $B$ escoge un divisor del número de piedras restantes, y retira ese número de piedras del nuevo montón, y siguen así sucesivamente. Pierde el jugador que retire la última piedra. Demostrar que uno de los dos jugadores tiene una *estrategia ganadora* y describir dicha estrategia.

**Nota:** Se entiende por *estrategia ganadora* un método de juego que le garantiza la victoria al que lo aplica sin importar lo que haga su oponente.

**Problema 2.** Sea $S$ una circunferencia y $AB$ un diámetro de ella. Sea $t$ la recta tangente a $S$ en $B$ y considere dos puntos $C, D$ en $t$ tales que $B$ esté entre $C$ y $D$. Sean $E$ y $F$ las intersecciones de $S$ con $AC$ y $AD$ y sean $G$ y $H$ las intersecciones de $S$ con $CF$ y $DE$. Demostrar que $AH = AG$.

**Problema 3.** Sean $a$, $b$ enteros positivos, con $a > 1$ y $b > 2$. Demostrar que $a^b + 1 \geq b(a + 1)$ y determinar cuándo se tiene la igualdad.

**Tiempo: 4 horas 30 minutos.**
**Cada Problema vale 7 puntos.**