



XXIII OLIMPIADA IBEROAMERICANA DE MATEMÁTICA  
SALVADOR, BRASIL, 20–28 DE SETEMBRO DE 2008

---

*Quarta-feira, 24 de Setembro de 2008*

**Problema 4.** Demonstre que não existem inteiros positivos  $x$  e  $y$  tais que

$$x^{2008} + 2008! = 21^y.$$

**Problema 5.** Seja  $ABC$  um triângulo e  $X, Y, Z$  pontos interiores dos lados  $BC, AC, AB$ , respectivamente. Sejam  $A', B', C'$  os circuncentros dos triângulos  $AZY, BXZ, CYX$ , respectivamente. Demonstre que

$$(A'B'C') \geq \frac{(ABC)}{4}$$

e que a igualdade ocorre se, e somente se, as rectas  $AA', BB', CC'$  têm um ponto em comum.

*Observação:* Para um triângulo qualquer  $RST$ , denotamos a sua área por  $(RST)$ .

**Problema 6.** Numa partida de *biribol* enfrentam-se duas equipas de quatro jogadores cada uma. Organiza-se um torneio de biribol em que participam  $n$  pessoas, que formam equipas para cada partida (as equipas não são fixas). No final do torneio observou-se que cada duas pessoas disputaram exactamente uma partida em equipas rivais. Para que valores de  $n$  é possível organizar um torneio com tais características?

*Idioma: Português*

*Duração: 4 h 30 min  
Cada problema vale 7 pontos*