TERMINOLOGÍA Y NOTACIONES EN EL TRIÁNGULO

Salvo que se diga expresamente otra cosa, utilizaremos la siguiente terminología y notaciones en lo referente a la Geometría del triángulo:

A,B,C vértices (y medida de los ángulos) del triángulo ABC

a,b,c lados respectivamente opuestos a A,B,C

$p = \frac{a+b+c}{2}$ semiperímetro

$S = [ABC]$ área del triángulo ABC

O,I,I_a,I_b,I_c circuncentro, incentro y exincentros. El circuncentro es exterior al triángulo cuando es obtusángulo.Cada exincentro es la intersección de dos bisectrices exteriores y una interior.

R,r,r_a,r_b,r_c radios del circuncírculo y de los círculos inscrito y exinscritos (círculos tritangentes)

$(D,E,F),(D_a,E_a,F_a),...$ puntos de tangencia con los lados de los círculos tritangentes.

$O_9,\varphi,\varphi_a,\varphi_b,\varphi_c$ centro del círculo de 9 puntos (Euler, Feuerbach), y puntos de tangencia de ese círculo con los círculos tritangentes (puntos de Feuerbach)

m_a,m_b,m_c medianas AA_m,BB_m,CC_m

$G = AA_m \cap BB_m \cap CC_m$ baricentro de ABC

$A_mB_mC_m,$ triángulo medial de ABC

h_a,h_b,h_c alturas AH_a,BH_b,CH_c

$H = AH_a \cap BH_b \cap CH_c;$ es exterior al triángulo cuando es obtusángulo.

$H_aH_bH_c$ triángulo órtico de ABC. Los triángulos ABC y $H_aH_bH_c$ son homológicos, y su eje de homología, que es el eje radical de (O) y (O_9), se llama eje órtico de ABC.

w_a,w_b,w_c bisectrices interiores de ABC; $I = w_a \cap w_b \cap w_c$

w'_a,w'_b,w'_c bisectrices exteriores de ABC

s_a,s_b,s_c simedianas interiores (simétrica de la mediana respecto de la bisectriz interior. Las tangentes al círculo circunscrito en los vértices A, B, C son las simedianas exteriores.

$\Gamma = AD \cap BE \cap CF$ punto de Gergonne

$N = AD_a \cap BE_b \cap CF_c$ punto de Nagel

$K = s_a \cap s_b \cap s_c$ punto de Lemoine

Ω,Ω' primer y segundo punto de Brocard ; se definen mediante las igualdades

$\omega = \widehat{\Omega AB} = \widehat{\Omega BC} = \widehat{\Omega CA} = \widehat{AB\Omega'} = \widehat{BC\Omega'} = \widehat{CA\Omega'};$

ω es el ángulo de Brocard, que verifica

$$\cot\omega = \cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2+b^2+c^2}{4S}.$$

Círculo de Brocard : es el de diámetro OK; pasa por Ω y por Ω'; corta a las mediatrices de los lados en los vértices del *primer triángulo de Brocard*, y a las simedianas en los del *segundo triángulo de Brocard*.

F,F' centros isógonos del triángulo, desde los que se ven los lados bajo ángulos iguales (puntos de Fermat)

Círculos de Apolonio : tienen como diámetros los segmentos que unen los pies de las bisectrices interior y exterior sobre cada lado; cada uno pasa por el vértice correspondiente. Los tres círculos de Apolonio se cortan en dos puntos, $W,W',$ que se llaman centros isodinámicos del triángulo.

P, punto del plano del triángulo.

$AP,BP,CP,$ cevianas concurrentes en P

$P_a = AP \cap BC, P_b = BP \cap CA, P_c = CP \cap AB$ pies de las cevianas

$P_aP_bP_c$ triángulo ceviano del punto P (*en la terminología francesa se llama triángulo pedal*)

P_1,P_2,P_3 proyecciones ortogonales del punto P sobre las rectas que contienen los lados del triángulo.

$P_1P_2P_3$ triángulo podario del punto P (*en la terminología inglesa se llama triángulo pedal*)

Cuando $P \equiv H$ los triángulos ceviano y podario de este punto coinciden: se trata del triángulo órtico.

R_1, R_2, R_3 distancias de P a los vértices del triángulo ABC

r_1, r_2, r_3 distancias de P a los lados del triángulo ABC

Ortopolo de una recta con respecto a un triángulo (Soons, 1886): Sea ABC un triángulo y *d* una recta. Sean A',B',C' las proyecciones ortogonales de los vértices de ABC sobre *d*. Las perpendiculares desde A',B' y C' sobre los lados de ABC son concurrentes en un punto, que se llama *ortopolo* de la recta *d* con respecto al triángulo ABC.

Para una terminología más completa sobre el triángulo, se pueden consultar la *Bibliographie des triangles spéciax*, de Neuberg (1924) y la *Terminologie dans la Géométrie du triangle et du tétraèdre*, de R. Goormaghtigh, publicada en *Mathesis* durante varios años. Neuberg publicó también en varios fascículos de *Mathesis* durante los años 20 una *Bibliographie du triangle et du tétraèdre*. Más modernamente, en Bottema et al., *Geometric Inequalities* (1968) *y en* Mitrinovic et al., *Recent Advances in Geometric Inequalities* (1989) aparecen repertorios de notaciones y terminología.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI