

### Problemas para los más jóvenes 31

Problemas de Eslovenia 2005

ESL1. ¿Para qué valores de  $a$  el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} |x-1| + |y-a| &= 1 \\ y &= 2|x-1| - 1 \end{aligned} \right\}$$

tiene exactamente tres soluciones?

ESL2. Los números reales  $a$  y  $b$  verifican las condiciones

$$\begin{aligned} a^3 &= 3ab^2 + 11, \\ b^3 &= 3a^2b + 2. \end{aligned}$$

Hallar el valor de  $a^2 + b^2$ .

ESL3. Se da un rombo ABCD con el ángulo  $\widehat{BAD}$  agudo. El pie de la perpendicular desde D sobre el lado AB divide a este lado en dos segmentos de longitudes  $x$  e  $y$ . Expresar las longitudes de las diagonales del rombo en función de  $x$  e  $y$ .

ESL4. Sean  $a$  y  $b$  números reales positivos. Demostrar que el valor de la expresión

$$\frac{\sqrt{\frac{ab}{2}} + \sqrt{8}}{\sqrt{\frac{ab+16}{8}} + \sqrt{ab}}$$

es independiente de  $a$  y  $b$ .

ESL5. Resolver en enteros positivos la ecuación

$$m^2 - 3m + 1 = n^2 + n - 1.$$

# Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática

<http://www.campus-oei.org/oim/revistaoidm/>

Edita:

