

REVISTA OIM N 43

Problema 214

Propuesto por Pedro Pantoja, Brasil

Resolver en el conjunto \mathbb{Z} la ecuación

$$3^{x+y-2} = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + x + y - 11.$$

Resolución 214. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $x + y = a$, $xy = b$, la ecuación dada se transforma en $11 + 3^{a-2} = a(a+1)(2a+1) - 6b(a+1)$. Puesto que $a(a+1)(2a+1) \equiv 0 \pmod{3}$, entonces $3^{a-2} \equiv 1 \pmod{3}$, es decir $a = 2$, de aquí $b = 1$. Finalmente $x = y = 1$ es la única solución.

Oscar Reynaga Alarcón

Lima. Perú

pcmaorey@hotmail.com