***Problema* 271**

Sean ABC un triángulo isósceles, con $AB = AC$; H su ortocentro y $A'B'C'$ su triángulo órtico. Demostrar que H es el inverso de A respecto de la circunferencia de diámetro BC.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

Sea A' el centro de esa circunferencia. Para que H sea el inverso de A respecto de esa circunferencia se ha de verificar

$$A'H \cdot A'A = A'B^2 \qquad (*).$$

Sea H' es el simétrico de H respecto del lado BC; como sabemos, H' está en la circunferencia circunscrita al triángulo isósceles ABC, diametralmente opuesto a A y por ello el triángulo ABH' es rectángulo en B.

Tenemos pues $A'H \cdot A'A \ = \ A'H' \cdot A'A$ y según el teorema de la altura, ese producto es igual al cuadrado de la altura sobre la hipotenusa, o sea, a $A'B^2$, como queríamos demostrar.■