

Olimpiada de Chile 2009, Nivel Menor. Solución al Problema 3

Lucía **Ma Li** (estudiante de 2 de bachillerato)
IES Isabel de España, Las Palmas de Gran Canaria, España
& Ángel **Plaza**
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, España

Problema 3. Se considera un triángulo cuyos lados miden 1, r y r^2 . Determine todos los valores de r de manera que el triángulo sea rectángulo.

Solución. Es suficiente considerar el teorema de Pitágoras y despajar r que ha de ser un número real positivo. Es decir:

a) Si $r < 1$ entonces $1 = r^2 + r^4$. Haciendo $r^2 = t$, resulta $t^2 + t - 1 = 0$, de donde

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

y como $t > 0$, se tiene $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ y $r = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}}$.

b) En otro caso, si $r > 1$ entonces $r^4 = r^2 + 1$. Haciendo de nuevo $r^2 = t$, resulta $t^2 - t - 1 = 0$, de donde

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

y como $t > 0$, se tiene $t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ y $r = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$.

□