5ª Olimpiada Matemática Europea Femenina, abril 2016, Rumania.

Problema nº 5 *(propuesto por Holanda)*

Sean k y n enteros tales que $2 \leq k \leq n \leq 2k - 1$

Se ponen piezas rectangulares de tamaño 1xk o kx1 en un tablero de nxn casillas cuadradas de manera que cada pieza cubra exactamente k casillas del tablero y no haya dos piezas superpuestas. Se hace esto hasta que no se puedan colocar más piezas. Para n y k en las condiciones anteriores, determinar el mínimo número de piezas que puede contener el tablero.

Solución: *(Propuesta por Joaquim Nadal Vidal. LLagostera, Girona)*

Siendo la longitud de una pieza k y el lado del tablero no superior a 2k-1, es claro que en una fila (o columna) podremos colocar en posición horizontal (o vertical) únicamente una pieza.

Es siempre posible colocar una pieza en cada fila y hacerlo escalonadamente a fin de evitar que en las casillas no ocupadas pueda situarse una pieza en posición vertical

Por ejemplo para k=3 , los posibles valores de n son 3,4,5 y entonces tenemos

A	A	A
B	B	B
C	C	C

A	A	A	
	B	B	B
C	C	C	
	D	D	D

A	A	A		
	B	B	B	
		C	C	C
D	D	D		
	E	E	E	

Es evidente que la construcción puede extenderse para otros valores de k y n.

En todos los casos tendremos que el mínimo de piezas que contendrá el tablero es n

Ninguna otra disposición de las piezas permite rebajar este mínimo