Corrección de un error en la solución publicada del problema PMJ55-5

El Prof. Jorge Tipe Villanueva nos ha advertido de un error en la solución del problema PMJ55-5, por lo que agradecemos su observación y pedimos disculpas a los lectores del número 56 de la REOIM.

El enunciado del problema era el siguiente:

Si *n* es un número natural con 6 divisores enteros positivos, ¿cuántos divisores enteros positivos tiene n^2?

Una solución correcta es la siguiente:

El número de divisores *d(n)* del entero positivo *n está dado por*

$$d(n) = (\alpha_1 + 1)\cdots(\alpha_k + 1),$$

donde $\alpha_i, i = 1, \cdots, k$ son los exponentes de los factores primos en la descomposición del número *n* en potencias de factores primos.

En este caso, *d(n) = 6 = 3x2=6x1 son las únicas maneras posibles de descomponer 6 en dos factores.*

En el primer caso, tenemos

$$n = (a_1)^2 \cdot (a_2)^1 \Rightarrow n^2 = (a_1)^4 \cdot (a_2)^2 \Rightarrow d(n^2) = (4+1)(2+1) = 15.$$

En el segundo caso, se trata de un número primo p elevado a 5, lo que da para los divisores de n: 1, p, p^2, p^3, p^4, p^5 (6 divisores). Entonces

$$n = p^5 \Rightarrow n^2 = (p^5)^2 = p^{10} \Rightarrow d(n^2) = 11. \blacksquare$$