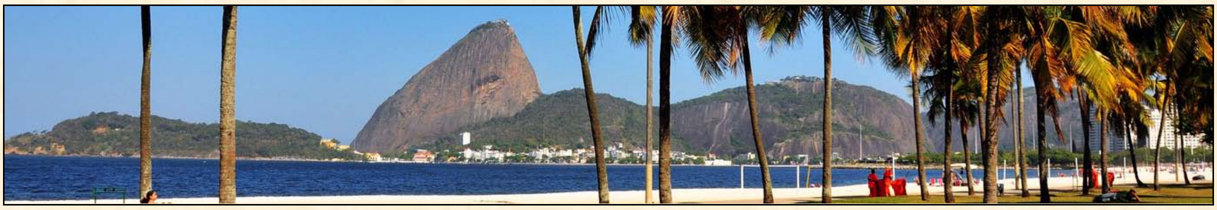
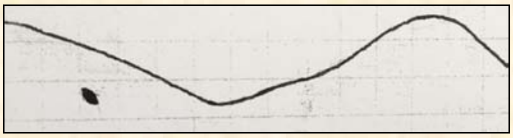




EL TEOREMA DE REIM

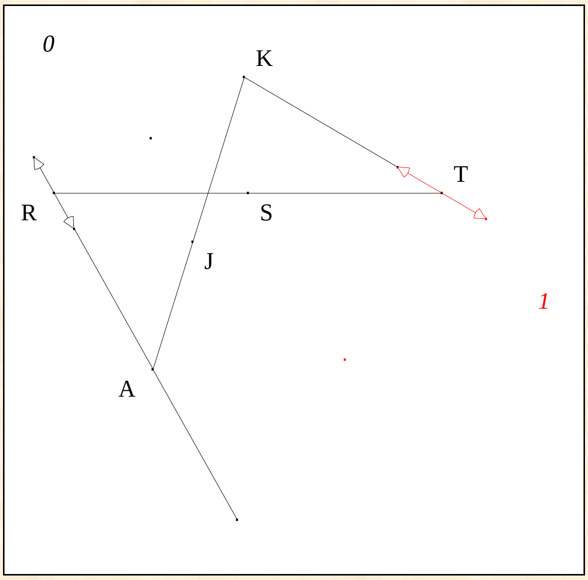
VIAJA…

RIO DE JANEIRO - BRASIL

58th International Mathematical Olympiad (12-23 Julio 2017)

Día **2**, Problema **4**

Jean-Louis AYME [1]



Résumé. L'auteur présente une preuve originale du Problème **4** des O.I.M de 2017 basés sur son théorème favori i.e. le théorème de Reim.

Abstract. The author presents an original proof of problem **4** of the O.I.M of 2017 based on his theorem favourite theorem i.e. the Reim's theorem.

Resumen. El autor presenta una prueba original del problema **4** de la O.I.M 2017 basado en su teorema favorito, es decir el Teorema de Reim.

[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 31/10/2017 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Zusammenfassung. Der Autor zeigt ein origineller Beweis für das Problem **4** von den O.I.M 2017 basierend auf seine Lieblings-Theorem d. h. der Reim Theorem.

Communication privée du professeur Francisco Bellot Rosado

Pendant le passé mois de juillet je suis à Rio de Janeiro comme correcteur du problème ***4*** *de l'Olympiade Internationale de Math.*
Dans un certain moment, le capitaine du problème m'a demandé si je connaissais "un théorème de JAIME" et en réalité était le théorème ***0*** *de Reim que nous avons trouvé dans votre site, et avec lequel on pouvait résoudre le problème!*

Archivos

IMO 2017 RIO DE JANEIRO - BRAZIL
58th International Mathematical Olympiad

English (eng), day 2

Wednesday, July 19, 2017

Problem 4. Let R and S be different points on a circle Ω such that RS is not a diameter. Let ℓ be the tangent line to Ω at R. Point T is such that S is the midpoint of the line segment RT. Point J is chosen on the shorter arc RS of Ω so that the circumcircle Γ of triangle JST intersects ℓ at two distinct points. Let A be the common point of Γ and ℓ that is closer to R. Line AJ meets Ω again at K. Prove that the line KT is tangent to Γ.

[2]

Day 2	
4	Let R and S be different points on a circle Ω such that RS is not a diameter. Let ℓ be the tangent line to Ω at R. Point T is such that S is the midpoint of the line segment RT. Point J is chosen on the shorter arc RS of Ω so that the circumcircle Γ of triangle JST intersects ℓ at two distinct points. Let A be the common point of Γ and ℓ that is closer to R. Line AJ meets Ω again at K. Prove that the line KT is tangent to Γ.

[3]

Informaciones generales

Rio de Janeiro, Brasil (12-23 July 2017)
Número de paises participantes: 111.
Nombre de concursantes: 615; 62♀.

Premios

Puntos posibles máximos por concursante: 7+7+7+7+7+7=42.
Medallas de oro : 48 (score ≥ 25 points).
Medallas de plata : 90 (score ≥ 19 points).
Medallas de bronce : 153 (score ≥ 16 points).
Menciones honoríficas : 222.

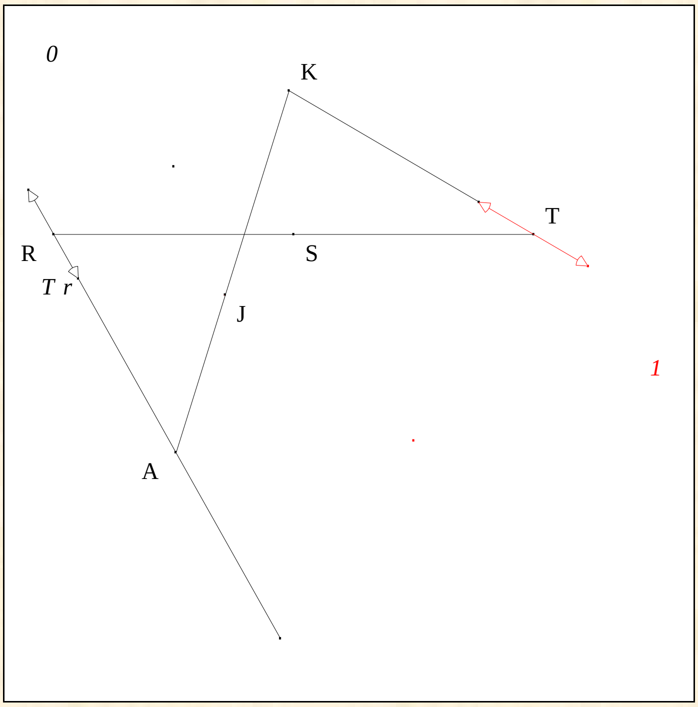
---

[2] https://www.imo2017.org.br/ ; https://www.imo-official.org/year_info.aspx?year=2017
[3] https://artofproblemsolving.com/community/c481799_2017_imo
IMO 2017 Problem 4 , AoPS du 19/07/2017 ;
https://artofproblemsolving.com/community/c6h1480682p8639236

EL PROBLEMA 4

VISIÓN

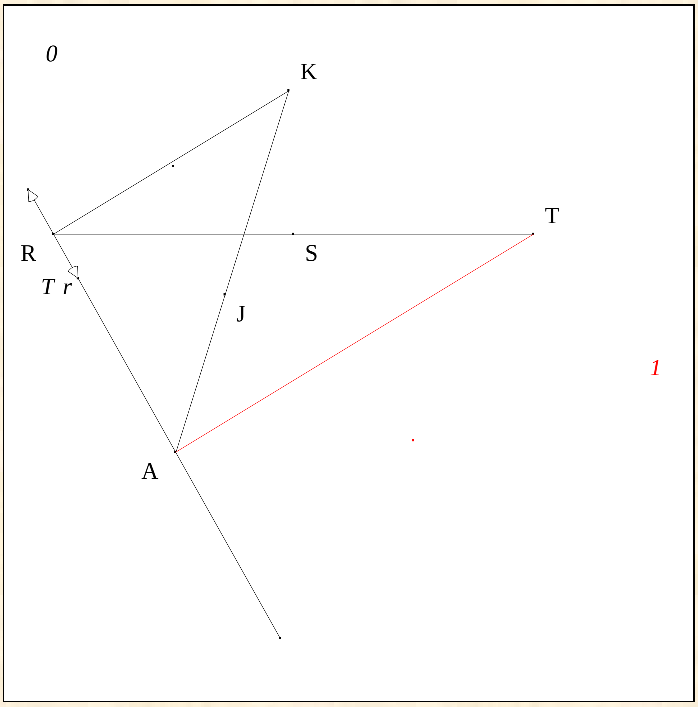
Figura :



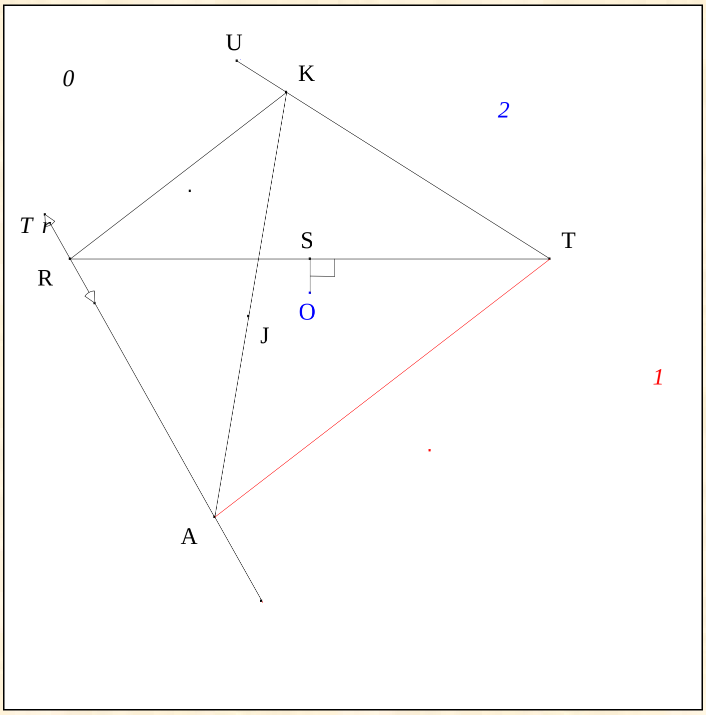
Notaciones : *0* una circunferencia,
R, S dos puntos de *0* tales que (RS) no es pas un diámetro de *0*,
Tr la tangente a *0* en R,
T el simétrico de R con respecto a S,
J un punto del arco menor RS,
1 la circunferencia que pasa por J, T, S,
A el punto de intersección más próximo a R de *1* con *Tr*
y K el segundo punto de intersección de (AJ) con *0*.

Tesis : (TK) es tangente a *1* en T.

VISUALISACIÓN



- Las cercunferencias *0* e *1*, los puntos base J y S, las rectas (KJA) y (RST), conducen al teorema **0** de Reim [4] ; dr ahí se deduce que (KR) // (AT).



- **Llamemos** U **a**l segundo punto de intersección de (KT) con *0*.

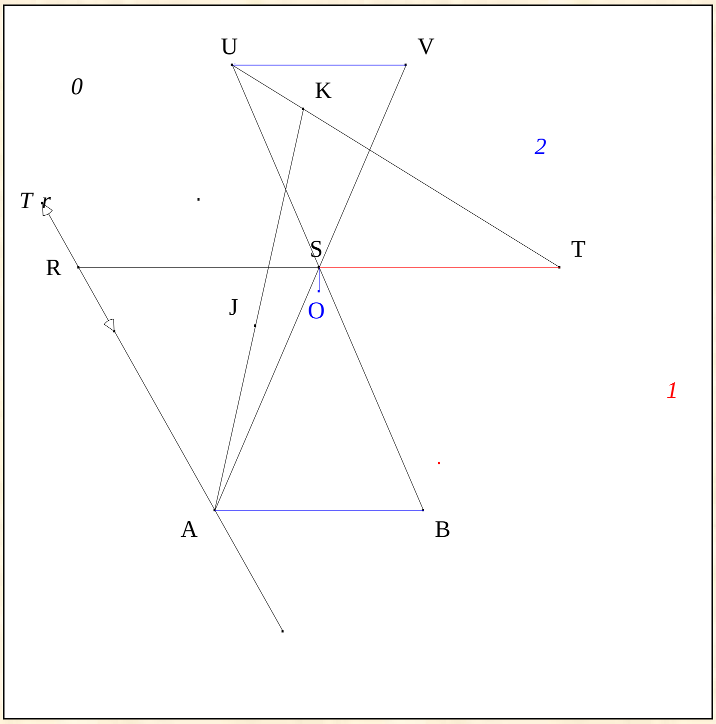
- La circunferencia *0*, los puntos base U y V, los rayos (KUT) y (RRA), las paralelas (KR) y (TA), conducen al teorema **3''** de Reim [5] ; en consecuencia, U, R, T y A son concíclicos.

- **Llamemos** *2* a esa circunferencia
  y O al centro de *2*.

---

[4] http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/0.pdf
[5] http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/3'.pdf

- **siendo** S el punto medio de [RT], (OS) es la mediatriz de [RT].



- **Sean** B, V los segundos puntos de intersección de *2* resp. con (US), (AS).

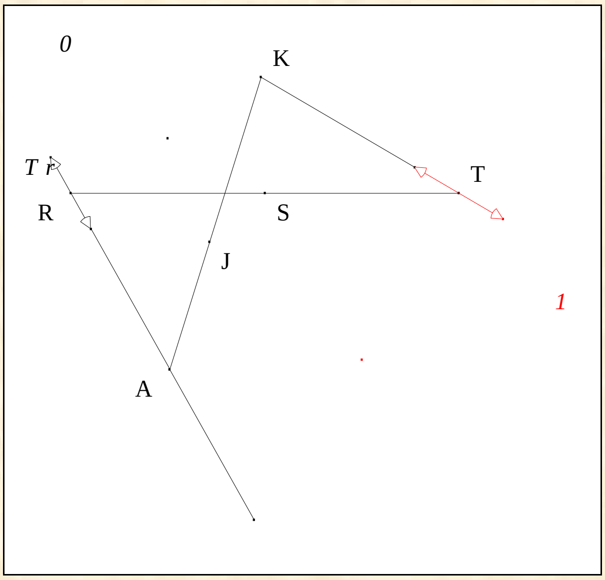
- **Escolio :** Por ser (OS) la mediatriz de [RT], (VU) // (AB)

- Las circunferencias *2* y *0*, los points base R y U, las rectas (ARR) y (BUS),
  conducen al teorema **0** de Reim [6] ; de ahí se sigue que (AB) // (RS) ;

  por hipótesis, (RS) // (ST) ;
  por transitividad =, (VU) // (ST).

- Las circunferencias *2* y *1*, los puntos base A y T, la recta (VAS), las paralelas (VU) y (ST),
  conducen al teorema **3''** de Reim [7] ; en consecuencia, (TU) es la tangente a *1* en T.

6 http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/0.pdf
7 http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/3'.pdf



- **Conclusión :** (TK) es tangente a *1* en T.