



PRIMERA SESIÓN DE PROBLEMAS

21 septiembre de 2004

Problema 1

Se deben colorear casillas de un tablero de 1001×1001 de acuerdo a las reglas siguientes:

- Si dos casillas tienen un lado común, entonces al menos una de ellas se debe colorear.
- De cada seis casillas consecutivas de una fila o de una columna, siempre se deben colorear al menos dos de ellas que sean adyacentes.

Determinar el número mínimo de casillas que se deben colorear.

Problema 2

Se considera en el plano una circunferencia de centro O y radio r y un punto A exterior a ella. Sea M un punto de la circunferencia y N el punto diametralmente opuesto a M . Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasan por A , M y N al variar M .

Problema 3

Sean n y k enteros positivos tales que o bien n es impar o bien n y k son pares. Probar que existen enteros a y b tales que

$$\text{mcd}(a, n) = \text{mcd}(b, n) = 1 \quad \text{y} \quad k = a + b.$$