



PRIMEIRA SESSÃO DE PROBLEMAS

21 de setembro de 2004

Problema 1

Deve-se colorir as casas de um tabuleiro de 1001×1001 de acordo com as seguintes regras:

- Se duas casas têm um lado comum então pelo menos uma delas deve ser colorida.
- De cada seis casas consecutivas de uma linha ou de uma coluna, devem colorir-se sempre pelo menos duas delas que sejam adjacentes.

Determinar o número mínimo de casas que devem ser coloridas.

Problema 2

Se considera no plano uma circunferência de centro O e raio r , e um ponto A exterior a ela. Seja M um ponto da circunferência e N o ponto diametralmente oposto a M . Determinar o lugar geométrico dos centros das circunferências que passam por A , M e N quando M varia.

Problema 3

Sejam n e k números inteiros positivos tais que n é ímpar ou n e k são pares. Provar que existem inteiros a e b tais que

$$\text{mdc}(a, n) = \text{mdc}(b, n) = 1 \quad \text{e} \quad k = a + b.$$